

## **1. Ainevaldkond „Matemaatika”**

### **1.1. Matemaatikapädevus**

Matemaatikapädevus tähendab matemaatiliste mõistete ja seoste süsteemset tundmist, samuti suutlikkust kasutada matemaatikat temale omase keele, sümbolite ja meetoditega erinevate ülesannete modelleerimisel nii matemaatika sees kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades. Matemaatikapädevus hõlmab üldist probleemi lahendamise oskust, mis sisaldab endas oskust probleeme püstitada, sobivaid lahendusstrateegiaid leida ja neid rakendada, lahendusideed analüüsida, tulemuse tõesust kontrollida. Matemaatikapädevus tähendab loogilise arutlemise, põhjendamise ja tõestamise oskust, samuti erinevate esitusviiside (sümbolid, valemid, graafikud, tabelid, diagrammid) mõistmise ja kasutamise oskust. Matemaatikapädevus hõlmab ka huvi matemaatika vastu, matemaatika sotsiaalse, kultuurilise ja personaalse tähenduse mõistmist ning info- ja kommunikatsioonitehnoloogia (edaspidi *IKT*) võimaluste kasutamist.

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) väärtustab matemaatikat, suudab hinnata ja arvestada oma matemaatilisi võimeid karjääri planeerides;
- 2) on omandanud süsteemse ja seostatud ülevaate matemaatika erinevate valdkondade mõistetest, seostest ning protseduuridest;
- 3) mõistab ja analüüsib matemaatilisi tekste, esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 4) arutleb loovalt ja loogiliselt, leiab probleemülesande lahendamiseks sobivaid strateegiaid ning rakendab neid;
- 5) püstitab matemaatilisi hüpoteese, põhjendab ja tõestab neid;
- 6) mõistab ümbritsevas maailmas valitsevaid kvantitatiivseid, loogilisi, funktsionaalseid, statistilisi ja ruumilisi seoseid;
- 7) rakendab matemaatilisi meetodeid teistes õppeainetes ja erinevates eluvaldkondades, oskab igapäevaelu probleemi esitada matemaatika keeles ning interpreteerida ja kriitiliselt hinnata matemaatilisi mudeleid igapäevaelu kontekstis;
- 8) tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise (graafik, tabel, valem, diagramm, tekst), oskab valida sobivat esitusviisi ning üle minna ühelt esitusviisilt teisele;
- 9) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid (mudelid, teatmeteosed, IKT vahendid jne) ja hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet.

### **1.2. Ainevaldkonna õppeainete kohustuslikud kursused ja valikkursused**

Ainevaldkonda kuuluvad kitsas matemaatika, mis koosneb 8 kursusest, ning lai matemaatika, mis koosneb 14 kursusest.

Kitsa matemaatika kohustuslikud kursused on:

1. „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused”
2. „Trigonomeetria”
3. „Vektor tasandil. Joone võrrand”
4. „Tõenäosus ja statistika”
5. „Funktsioonid I”

6. „Funktsioonid II”
7. „Tasandilised kujundid. Integraal”
8. „Stereomeetria”

Lai matemaatika kohustuslikud kursused on:

1. „Arvuhulgad. Avaldised”
2. „Võrrandid ja võrrandisüsteemid”
3. „Võrratused. Trigonomeetria I”
4. „Trigonomeetria II”
5. „Vektor tasandil. Joone võrrand”
6. „Töenäosus, statistika”
7. „Funktsioonid I. Arvjadad”
8. „Funktsioonid”
9. „Funktsiooni piirväärtus ja tuletis”
10. „Tuletise rakendused”
11. „Integraal. Planimeetria kordamine”
12. „Geomeetria I”
13. „Geomeetria II”
14. „Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine”

Ainevaldkonnas on kaheksa valikkursust: „Loogika”, „Majandusmatemaatika elemendid”, „Arvuteooria elemendid I”, „Arvuteooria elemendid II”, „Diskreetse matemaatika elemendid I”, „Diskreetse matemaatika elemendid II”, „Planimeetria I. Kolmnurkade ja ringide geomeetria” ja „Planimeetria II. Hulknurkade ja ringide geomeetria”.

### 1.3. Ainevaldkonna kirjeldus

Lai matemaatika ja kitsas matemaatika erinevad nii sisu kui ka käsitluslaadi poolest. Laias matemaatikas käsitletakse mõisteid ja meetodeid, mida on vaja matemaatikateaduse olemusest arusaamiseks. Erinevalt laiast matemaatikast ei ole kitsa matemaatika õppe põhiülesanne mitte matemaatika kui teadusharu enese tundmaõppimine, vaid peamine on matemaatika rakenduste vaatlemine inimest ümbritseva maailma teaduspõhiseks kirjeldamiseks ning elus toimetuleku tagamiseks. Selleks vajalik keskkond luuakse matemaatika mõistete, sümbolite, omaduste ja seoste, reeglite ja protseduuride käsitlemise ning intuitsioonil ja loogilisel arutelul põhinevate mõttekäikude esitamise kaudu. Nii kitsas kui ka lai matemaatika annab õppijale vahendid ja oskused rakendada teistes õppeainetes vajalikke matemaatilisi meetodeid.

Lai matemaatika kava ei rahulda matemaatika süvaõppe vajadusi. Matemaatikast enam huvituvatel õpilastel on võimalik kasutada valikainete õpiaega, üleriigilisi süvaõppevorme ja individuaalõpet.

Ainekavas esitatud valikkursusi võib lisada nii kitsale kui ka laiiale matemaatikale. Kitsale matemaatikale võib valikkursustena lisada ka lai matemaatika kursusi.

Kitsa matemaatika järgi õppinud õpilastel on soovi korral võimalik üle minna laiiale matemaatikale ja lai matemaatika järgi õppinud õpilastel kitsale matemaatikale. Ülemineku tingimused sätestab kool oma õppekavas.

Lai matemaatika läbimine võimaldab jätkata õpinguid aladel, kus matemaatikal on oluline tähtsus ja seda õpetatakse iseseisva ainenä. Kitsa matemaatika läbimine võimaldab jätkata õpinguid aladel, kus matemaatikal ei ole olulist tähtsust ja seda ei õpetata iseseisva ainenä.

## 1.4. Üldpädevuste kujundamine ainevaldkonna õppeainetes

Matemaatika õppimise kaudu arendatakse matemaatikapädevuse kõrval kõiki ülejäänud üldpädevusi.

Väärtuspädevus. Matemaatikat õppides tutvuvad õpilased erinevate maade ja ajastute matemaatikute saavutustega ning saavad seeläbi tajuda kultuuride seotust. Õpilasi juhitakse tunnetama loogiliste mõttekäikude elegantsi ning märkama geomeetriliste kujundite harmooniat arhitektuuris ja looduses. Arendatakse püsivust, objektiivsust, täpsust ja töökust.

Sotsiaalne pädevus. Vastutustunnet ühiskonna ja kaaskodanike ees kasvatatakse sellekohase kontekstiga tekstülesannete lahendamise kaudu. Probleemülesannete lahendusideede väljatöötamisel rühmatöö kaudu ning projektõppes arendatakse koostööoskust. Kahe erineva tasemega matemaatikakursuse olemasolu võimaldab paremini arvestada erinevate matemaatiliste võimetega õpilasi.

Enesemääratluspädevus. Erineva raskusastmega ülesannete iseseisva lahendamise kaudu võimaldatakse õpilasel hinnata ja arendada oma matemaatilisi võimeid. Selleks sobivad kõige paremini avatud probleemülesanded.

Õpipädevus. Ülesannete lahendamise kaudu arendatakse analüüsimise, ratsionaalsete võtete otsingu ja tulemuste kriitilise hindamise oskusi. Arendatakse üldistamise ja analoogia kasutamise oskust ning oskust kasutada õpitud teadmisi uutes olukordades. Õpilases kujundatakse arusaam, et ülesannete lahendusteid on võimalik leida üksnes tema enda iseseisva mõtlemise teel.

Suhtluspädevus. Arendatakse suutlikkust väljendada oma mõtet selgelt, lühidalt ja täpselt. Eelkõige toimub see mõistete korrektsete definitsioonide esitamise, hüpoteeside ja väidete või teoreemide sõnastamise ning ülesannete lahenduste vormistamise kaudu. Tekstülesandeid lahendades areneb funktsionaalne lugemisoskus: õpitakse eristama olulist ebaolulisest ja nägema objektide seoseid. Matemaatika oluline roll on kujundada valmisolek mõista, seostada ja edastada infot, mis on esitatud erinevatel viisidel (tekst, graafik, tabel, diagramm, valem). Arendatakse suutlikkust formaliseerida tavakeeles esitatud infot ning vastupidi: esitada matemaatiliste sümbolite ja valemite sisu tavakeeles.

Ettevõtlikkuspädevuse arendamine peaks matemaatikas olema kesksel kohal. Uute matemaatiliste teadmiseni jõutakse sageli vaadeldavate objektide omaduste analüüsimise kaudu: uuritakse objektide ühiseid omadusi, selle alusel sõnastatakse hüpotees ja otsitakse ideid selle kehtivuse põhjendamiseks. Säärase tegevuse käigus arenevad oskus näha ja sõnastada probleeme, genereerida ideid ning kontrollida nende headust. Tõenäosusteooria ja funktsioonidega (eeskätt selle ekstreemumiga) seotud ülesannete lahendamise kaudu õpitakse uurima objekti muutusi, mille on põhjustanud erinevad parameetrid, hindama riske ning otsima optimaalseid lahendusi. Ühele ülesandele erinevate lahenduste leidmine arendab paindlikku mõtlemist ja ideede genereerimise oskust. Ettevõtlikkuspädevust arendatakse ka mitmete eluliste andmetega ülesannete lahendamise ning pikemate projektitööde kaudu.

## 1.5. Lõiming

### 1.5.1. Lõiming teiste valdkonnapädevuste ja ainevaldkondadega

Matemaatikaõpetuse lõimimise eeldused vertikaalselt (ainesiseselt) loob ainekavas pakutud kursuste järjestus. Matemaatikaõpetuse lõimimine horisontaalselt (teiste ainevaldkondade õpetusega ja õppeainetevälise infoga) vajab igas koolis erinevate ainete õpetajate tihedat koostööd nii kooli õppekava koostamisel kui ka selle realiseerimisel. Kooli õppekavas on vaja esile tuua ainetevahelised ja aineteüleised teemad, mida on vaja lõimida, märkides igas ainekavas nende teemade koha kalendaarselt ja ulatuselt. Lõimimise organiseerimise lihtsaim viis on, kui erinevate ainete õpetajad viitavad teemat käsitledes õpilaste varasematele või ka ees ootavatele

kokkupuudetele selle teemaga teiste ainete õppimisel. Oluline on, et erinevate ainete õpetajad teaksid sama teema käsituslaadi ja sügavust teistes ainetes ning oskaksid erisuste korral sellele tähelepanu juhtida. Tavapärast käsitletakse teemat ajalisel varem või samal ajal matemaatikas ning seejärel teistes ainetes. Samas on võimalik ka teistpidine järjekord. Näiteks võib füüsikas rääkida vektoriaalsetest suurustest enne vektori käsitlust matemaatikas. Olenemata sellest, kummas aines vektorist varem räägitakse, peavad mõlemad õpetajad selle teema juures juhtima tähelepanu vektori tavapärasele erisusele matemaatikas ja füüsikas.

Ühelt poolt kujuneb õpilastel teistes ainevaldkondades rakendatavate matemaatiliste meetodite kasutamise kaudu arusaamine matemaatikast kui oma universaalse keele ja meetoditega teisi ainevaldkondi toetavast ja lõimivast baasteadusest. Teiselt poolt annab teistest ainevaldkondadest ja reaalsusest tulenevate ülesannete kasutamine matemaatikakursuses õpilastele ettekujutuse matemaatika rakendusvõimalustest ning tihedast seotusest õpilasi ümbritseva maailmaga.

Eriti niisuguste teemade puhul, kus on vaja lõimida nii ainesiseseid kui ka ainetevahelisi ja -üleseid aspekte, on efektiivseim multidistsiplinaarne lähenemine. Näiteks saaks ühisteemana käsitleda meetermõõdustiku teket, levikut, selle seost Pariisi Kommuuniga, teaduse ja tehnika revolutsiooniga, jne. Seda teemat sügavuti avades on võimalik kasutada nii matemaikat kui ka ajalugu, ühiskonnaõpetust, geograafiat, kirjandust, võõrkeeli jt õppeaineid. Küllap on realses koolitöös selliseid metateemasid siiski raske erinevate ainete sama nädala tundide kavasse lülitada ilma õppeainete loogilist struktuuri kahjustamata. Seevastu on interdistsiplinaarset vaadet teemale kerge rakendada õpilaste loovtöodes, uurimistöodes, kollektiivsete ettekannete koostamises õpilaste teaduskonverentsiks, projektõppes vms. Oluline on kavandada kooli õppekavas õpilastel tekkinud sisemise lõimingu taseme määramist.

### **1.5.2. Läbivad teemad**

Õppekava üldosas toodud läbivad teemad realiseeritakse gümnaasiumi matemaatikaõpetuses eelkõige õppetegevuse sihipärase korraldamise ning ülesannete elulise sisu kaudu.

Läbiv teema „Elukestev õpe ja karjääriplaneerimine” seostub kogu õppes järk-järgult kujundatava õppimise vajaduse tajumise ning iseseisva õppimise oskuse arendamise kaudu. Enda tunnetuslike võimete reaalne hindamine on üks tähtsamaid edasise karjääriplaneerimise lähtetingimusi. Seega on oluline, et noor inimene saab matemaatikatundides hinnangu oma võimele abstraktselt ja loogiliselt mõelda, et selle põhjal oma karjääriplaneerimist korrigeerida, ent ka oma tunnetuslikke võimeid arendada.

Läbiva teema „Keskkond ja jätkusuutlik areng” probleemistik jõuab matemaatikakursusesse eelkõige seal esitatavate ülesannete kaudu, milles kasutatakse reaalseid andmeid keskkonnanressursside kasutamise kohta. Neid andmeid analüüsides arendatakse säästvat suhtumist ümbritseva suhtes ning õpetatakse väärtustama elukeskkonda. Võimalikud on õuesõppetunnid ja õppekäigud. Eesmärk on saavutada, et õpilased õpiksid võtma isiklikku vastutust jätkusuutliku tuleviku eest ning omandama vastavaid väärtushinnanguid ja käitumisnorme. Kujundatakse kriitilist mõtlemist ja probleemide lahendamise oskust ning analüüsitakse keskkonna ja inimarengu perspektiive. Seda teemat käsitledes on tähtsal kohal protsentarvutus, muutumist ja seoseid kirjeldav matemaatika ning statistika elemendid.

Teema „Kultuuriline identiteet” seostamisel matemaatikaga on olulisel kohal matemaatika ajaloo elementide tutvustamine ning ühiskonna ja matemaatikateaduse arengu seostamine. Protsentarvutuse ja statistika järgi saab kirjeldada ühiskonnas toimuvaid protsesse ühenduses

mitmekultuurilisuse teemaga (eri rahvused, erinevad usundid, erinev sotsiaalne positsioon ühiskonnas jt).

Läbiva teema „Kodanikualgatus ja ettevõtlikkus” käsitlemine realiseerub eelkõige matemaatika ning teisi õppeaineid ja igapäevaelu integreerivate ühistegevuste kaudu (uurimistööd, rühmatööd, projektid jt).

Eriti tähtsaks on muutunud teema „Tehnoloogia ja innovatsioon”. Matemaatikakursuse lõimingute kaudu tehnoloogia ja loodusainetega saavad õpilased ettekujutuse tehnoloogiliste protsesside kirjeldamise ning modelleerimise meetoditest. Õpilast suunatakse kasutama IKT elulisi probleeme lahendades ning oma õppimist ja tööd tõhustades. Matemaatikaõpetus peaks igati pakkuma võimalusi ise avastada ja märgata seaduspärasusi ning seeläbi aitama kaasa loovate inimeste kujunemisele. Seaduspärasusi avastades kasutatakse mitmesugust õpitarkvara.

Teema „Teabekeskond” seondub eriti oma meediamanipulatsioonide hõlmavas osas tihedalt matemaatikakursuses käsitletavate statistiliste protseduuride ja protsentarvutusega. Õpilast juhitakse arendama kriitilise teabeanalüüsi oskusi.

Läbiv teema „Tervis ja ohutus” realiseerub matemaatikakursuses ohutus- ja tervishoiualaseid reaalseid andmeid sisaldavate ülesannete kaudu (nt liikluskeskkonna ohutuse seos sõidukite liikumise kiirusega, nakkushaiguste leviku eksponentsiaalne olemus, muid riskitegureid hõlmavate andmetega protsentülesanded ja graafikud). Matemaatika õpetades ei saa alahinnata õpilaste positiivsete emotsioonide teket (nt kaunitest konstruktsioonidest, haaravatest probleemülesannetest).

Teema „Väärtused ja kõlblus” külgneb matemaatika õppimisel eelkõige selle kõlblise komponendiga – korralikkuse, hoolsuse, süstemaatiliseuse, järjekindluse, püsivuse ja aususe kasvatamisega. Õpetaja eeskujul on tähtis osa tolerantse suhtumise kujunemisel erinevate võimete kaaskasvatamisesse.

## **1.6. Füüsiline õpikeskkond**

1. Kool korraldab õppe klassis, kus on tahvlile joonestamise vahendid.
2. Kool võimaldab vajaduse korral kasutada klassis internetiühendusega sülearvutite või lauarvutite komplekti arvestusega vähemalt üks arvuti viie õpilase kohta ainekavas märgitud õpitulemuste saavutamiseks ning esitlustehnikat seoste visualiseerimiseks.
3. Kool võimaldab tasandiliste ja ruumiliste kujundite komplektid.
4. Kool võimaldab kasutada klassiruumis taskuarvutite komplekti.

## **1.7. Hindamine**

Matemaatika õpitulemusi hinnates võetakse aluseks tunnetuslikud protsessid ja nende hierarhiline ülesehitus.

1. Faktide, protseduuride ja mõistete teadmine: meenutamine, äratundmine, info leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine.
2. Teadmiste rakendamine: meetodite valimine, matemaatilise info esitamine eri viisidel, modelleerimine ning rutiinsete ülesannete lahendamine.
3. Arutlemine: põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine.

Hindamise vormidena kasutatakse kujundavat ja kokkuvõtvat hindamist.

Kujundav hindamine annab infot ülesannete üldise lahendamisoskuse ja matemaatilise mõtlemise ning õpilase suhtumise kohta matemaatikasse. Kujundav hindamine on enamasti mittenumbriiline.

1. Õppetunni või muu õppetegevuse ajal antakse õpilasele tagasisidet aine ja ainevaldkonna teadmiste ja oskuste ning õpilase hoiakute ja väärtuste kohta.
2. Koostöös kaaslaste ja õpetajaga saab õpilane seatud eesmärkide ja õpitulemuste põhjal julgustavat ning konstruktiivset tagasisidet oma tugevuste ja nõrkuste kohta.
3. Praktiliste tööde ja ülesannete puhul ei hinnata mitte ainult töö tulemust, vaid ka protsessi.
4. Kirjalikke ülesandeid hinnates parandatakse ka õigekirjavead, mida hindamisel ei arvestata.

Kokkuvõtva hindamise korral võrreldakse õpilase arengut õppekavas toodud oodatavate õpitulemustega, kasutades numbrilist hindamist. Õpitulemuste saavutatust hinnatakse tunni-kontrollide ja kontrolltöödega ning muude kontrollivõtetega. Kursuse kokkuvõttev hinne kujundatakse nende ja vajaduse korral kursust kokku võtva kontrollivormi tulemuste alusel.

Õpilaste teadmisi ja oskusi kontrollitakse eespool esitatud kolmel tasemel: teadmine, rakendamine ning arutlemine. Õpilase teadmisi ja oskusi hinnatakse rahuldava hindega, kui ta on omandanud matemaatika ainekavas esitatud õpitulemused teadmise ja rutiinsete ülesannete lahendamise tasemel, ning väga hea hindega, kui ta on omandanud õpitulemused arutlemise tasemel. Kui õpitulemused omandatakse teadmiste rakendamise tasemel, hinnatakse neid hindega „neli”.

## **2. Kitsas matemaatika**

### **2.1. Üldalused**

#### **2.1.1. Õppe-eesmärgid**

Õpetusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
- 2) kasutab ja tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) rakendab matemaatikat erinevate valdkondade probleeme lahendades;
- 4) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
- 6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
- 7) kasutab matemaatikat õppides arvutiprogramme.

#### **2.1.2. Õppeaine kirjeldus**

Kitsa matemaatika eesmärk on õpetada aru saama matemaatika keeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale. Olulisel kohal on rakendusülesanded.

#### **2.1.3. Gümnaasiumi õpitulemused**

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid;
- 2) väljendub matemaatilist keelt kasutades täpselt ja lühidalt, arutleb ülesandeid lahendades loovalt ja loogiliselt;
- 3) kasutab matemaatikat õppides ning andmeid otsides ja töödeldes IKT vahendeid;
- 4) hindab oma matemaatilisi teadmisi ja oskusi ning arvestab neid edasist tegevust kavandades;

- 5) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 6) lihtsustab avaldise, lahendab võrrandeid ja võrratusi;
- 7) kasutab trigonomeetriat geomeetriliste kujunditega seotud ülesandeid lahendades;
- 8) esitab põhilisi tasandilisi jooni valemi abil, skitseerib valemi abil antud joone;
- 9) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 10) tunneb õpitud funktsioonide omadusi ning rakendab neid;
- 11) leiab geomeetriliste kujundite joonelemente, pindalaid ja ruumalaid.

## 2.2. I kursus „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) eristab ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarve;
- 2) eristab võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust;
- 3) selgitab võrrandite ja võrratuste lahendamisel kasutatavaid samasusteisendusi;
- 4) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 5) sooritab tehteid astmete ja juurtega, teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks;
- 6) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi;
- 7) lahendab lineaar- ja ruutvõrratusi ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme;
- 8) lahendab lihtsamaid, sh tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid võrrandite ja võrrandi-süsteemide abil.

### Õppesisu

Naturaalarvude hulk  $N$ , täisarvude hulk  $Z$  ja ratsionaalarvude hulk  $Q$ . Irratsionaalarvude hulk  $I$ . Reaalarvude hulk  $R$ . Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Ratsionaalavaldiste lihtsustamine. Arvu  $n$ -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Murdvõrrand. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena. Tehted astmetega ning tehete näiteid võrdsete juurijatega juurtega. Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratused. Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate tekstülesannete lahendamine võrrandite abil.

## 2.3. II kursus „Trigonomeetria”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi;
- 2) loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;
- 3) teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;
- 4) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldise;
- 5) rakendab kolmnurga pindala valemeid, siinus- ja koosinusteoreemi;
- 6) lahendab kolmnurki, arvutab kolmnurga, rööpküliliku ja hulknurga pindala, arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 7) lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetriaülesandeid.

### Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid ( $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$ ), nende väärtused nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  korral. Negatiivse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsioonide  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \tan x$

graafikud. Trigonomeetria põhiseosed  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ,  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$ ,  $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ ,  $\tan \alpha = \frac{1}{\tan(90^\circ - \alpha)}$ ,  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ ,  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ ,  $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ ,  $\sin(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \sin \alpha$ ,  $\cos(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \cos \alpha$ ,  $\tan(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \tan \alpha$ . Siinus- ja koosinus-teoreem. Kolmnurga pindala valemid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel. Kolmnurga lahendamine. Ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine. Rakendussisuga ülesanded.

## 2.4. III kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand”

### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab vektori mõistet ja vektori koordinaate;
- 2) tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning nende võrrandeid, teab sirgete vastastikuseid asendeid tasandil;
- 3) liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriselt kui ka koordinaatkujul;
- 4) leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga;
- 6) määrab sirgete vastastikused asendid tasandil;
- 7) koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi;
- 8) joonestab sirgeid, ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi;
- 9) leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge);
- 10) kasutab vektoreid ja joone võrrandeid rakendussisuga ülesannetes.

### Õppesisu

Punkti asukoha määramine tasandil. Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Jõu kujutamine vektorina. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ja lahutamine (geomeetriselt ja koordinaatkujul). Kahe vektori vaheline nurk. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi. Vektorite kollineaarsus ja ristseis. Sirge võrrand (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga määratud sirge). Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Parabooli võrrand. Ringjoone võrrand. Joonte lõikepunktide leidmine. Kahe tundmatuga lineaarvõrrandist ning lineaarvõrrandist ja ruutvõrrandist koosnev võrrandisüsteem. Rakendussisuga ülesanded.

## 2.5. IV kursus „Tõenäosus ja statistika”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust;
- 2) selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet ning sõltumatute sündmuste korrutise ja välistavate sündmuste summa tähendust;
- 3) selgitab faktoriaali, permutatsioonide ja binoomkordaja mõistet;
- 4) selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvarakteristikute tähendust;
- 5) selgitab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
- 6) arvutab sündmuse tõenäosust ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades;



- 7) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikud ning teeb nendest järeldusi uuritava probleemi kohta;
- 8) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
- 9) kogub andmestikku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega.

### Õppesisu

Sündmus. Sündmuste liigid. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Klassikaline tõenäosus. Geomeetiline tõenäosus. Sündmuste korrutis. Sõltumatute sündmuste korrutise tõenäosus. Sündmuste summa. Välistavate sündmuste summa tõenäosus. Faktoriaal. Permutatsioonid. Kombinatsioonid. Binoomkordaja. Diskreetne juhuslik suurus, selle jaotusseadus, jaotuspolügoon ja arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve). Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja nende süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Normaalsootus (kirjeldavalt). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötluse projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).

## 2.6. V kursus „Funktsioonid I”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid, pöördfunktsiooni mõistet, paaritu ja paarisfunktsiooni mõistet;
- 2) skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (käsitsi ning arvutil);
- 3) kirjeldab funktsiooni graafiku järgi funktsiooni peamisi omadusi;
- 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi ning logaritmi ja potentsierib lihtsamaid avaldisi;
- 5) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmvõrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni vahetu rakendamise teel;
- 6) selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid;
- 7) tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suurusi, sh laenudega seotud kulutusi ja ohte;
- 8) lahendab graafiku järgi trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul.

### Õppesisu

Funktsioonid  $y = ax + b$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y = \frac{a}{x}$  (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähist.

Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumiskiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuskiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Funktsioonid  $y = ax^n$  ( $n = 1, 2, -1$  ja  $-2$ ). Arvu logaritmi mõiste. Korrutise, jagatise ja astme logaritmi. Logaritmine ja potentsierimine (mahus, mis võimaldab lahendada lihtsamaid eksponent- ja logaritmvõrrandeid). Pöördfunktsioon. Funktsioonid  $y = a^x$  ja  $y = \log_a x$ . Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite kohta, milles esineb  $y = e^{ax}$ . Lihtsamad eksponent- ja logaritmvõrrandid. Mõisted  $\arcsin m$ ,  $\arccos m$  ja  $\arctan m$ . Näiteid trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendamise kohta.

## 2.7. VI kursus „Funktsioonid II”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab arvjada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistet;

- 2) rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning  $n$  esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid;
- 3) selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;
- 4) leiab ainekavaga määratud funktsioonide tuletisi;
- 5) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis;
- 6) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;
- 7) leiab lihtsamate funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku;
- 8) lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid.

### Õppesisu

Arvjada mõiste, jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Geomeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem.

Funktsiooni tuletise geomeetiline tähendus. Joone puutuja tõus, puutuja võrrand. Funktsioonide  $y = x^n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ),  $y = e^x$ ,  $y = \ln x$  tuletised. Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised. Funktsiooni teine tuletis. Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise abil. Lihtsamad ekstreemumülesanded.

## 2.8. VII kursus „Tasandilised kujundid. Integraal”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) defineerib ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab kujundite põhiomadusi;
- 2) kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades;
- 3) selgitab algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);
- 4) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali arvutamises;
- 5) arvutab määratud integraali järgi tasandilise kujundi pindala.

### Õppesisu

Kolmnurgad, nelinurgad, korrapärased hulknurgad, ringjoon ja ring. Nende kujundite omadused, elementide vahelised seosed, ümbermõõdud ja pindalad rakendusliku sisuga ülesannetes.

Algfunktsioon ja määramata integraal. Määratud integraal. Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapets, selle pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel. Rakendusülesanded.

## 2.9. VIII kursus „Stereomeetria”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab punkti koordinaate ruumis, kirjeldab sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis, selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet;
- 2) selgitab ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehade omadusi ning nende pindala ja ruumala arvutamist;
- 3) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 4) arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala;

- 5) rakendab trigonomeetria- ja planimeetriateadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades;
- 6) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid.

### **Õppesisu**

Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid. Kahe punkti vaheline kaugus. Kahe sirge vastastikused asendid ruumis. Nurk kahe sirge vahel. Sirge ja tasandi vastastikused asendid ruumis. Sirge ja tasandi vaheline nurk. Sirge ja tasandi ristseisu tunnus. Kahe tasandi vastastikused asendid ruumis. Kahe tasandi vaheline nurk. Prisma ja püramiid. Püstprisma ning korrapärase püramiidi täispindala ja ruumala. Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala. Näiteid ruumiliste kujundite lõikamise kohta tasandiga. Praktilise sisuga ülesanded hulktahukate (püstprisma ja püramiidi) ning pöördkehade kohta.

## **3. Lai matemaatika**

### **3.1. Üldalused**

#### **3.1.1. Õppe- ja kasvatuseesmärgid**

Õpetusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest ning esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 2) valib, tõlgendab ja seostab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) arutleb loogiliselt ja loovalt, arendab oma intuitsiooni;
- 4) püstitab matemaatilisi hüpoteese ning põhjendab ja tõestab neid;
- 5) modelleerib erinevate valdkondade probleeme matemaatilisel ja hindab kriitiliselt matemaatilisi mudeleid;
- 6) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 7) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid ning hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet;
- 8) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid.

#### **3.1.2. Õppeaine kirjeldus**

Lai matemaatika annab ettekujutuse matemaatika tähendusest ühiskonna arengus ning selle rakendamisest igapäevaelus, tehnoloogias, majanduses, loodus- ja täppisteadustes ning muudes ühiskonnaelu valdkondades. Selle tagamiseks lahendatakse rakendusülesandeid, kasutades arvutit ning vastavat tarkvara. Olulisel kohal on tõestamine ja põhjendamine. Õppeaine koosneb neljateistkümnest kohustuslikust kursusest.

#### **3.1.3. Gümnaasiumi õpitulemused**

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) mõistab ja rakendab õpitud matemaatilisi meetodeid ning protseduure;
- 2) arutleb loogiliselt ja loovalt, formaliseerib oma matemaatilisi mõttekäike;
- 3) hindab oma matemaatilisi teadmisi, mõistab reaalariduse olulisust ühiskonnas ning arvestab seda, kavandades oma edasist tegevust;
- 4) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 5) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate valdkondade ülesandeid;
- 6) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid;

- 7) teisendab irratsionaal- ja ratsionaalavaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi ning võrrandi- ja võrratusesüsteeme;
- 8) teisendab trigonomeetrilisi avaldisi ning kasutab trigonomeetriat ja vektoreid geomeetriaülesandeid lahendades;
- 9) koostab joone võrrandeid ning joonestab õpitud jooni nende võrrandite järgi;
- 10) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 11) uurib funktsioone tuletise põhjal;
- 12) tunneb tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi, leiab geomeetriliste kujundite pindalasiid ja ruumalasiid (ka integraali abil).

### 3.2. I kursus „Avaldised ja arvuhulgad”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab naturaalarvude hulga  $N$ , täisarvude hulga  $Z$ , ratsionaalarvude hulga  $Q$ , irratsionaalarvude hulga  $I$  ja reaalarvude hulga  $R$  omadusi;
- 2) defineerib arvu absoluutväärtuse;
- 3) märgib arvteljel reaalarvude piirkondi;
- 4) teisendab naturaalarve kahendsüsteemi;
- 5) esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi;
- 6) sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega;
- 7) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi;
- 8) lahendab rakendussisuga ülesandeid (sh protsentülesanded).

#### Õppesisu

Naturaalarvude hulk  $N$ , täisarvude hulk  $Z$ , ratsionaalarvude hulk  $Q$ , irratsionaalarvude hulk  $I$  ja reaalarvude hulk  $R$ , nende omadused. Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Arvusüsteemid (kahendsüsteemi näitel). Ratsionaal- ja irratsionaalavaldised. Arvu  $n$ -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Tehted astmete ja juurtega.

### 3.3. II kursus „Võrrandid ja võrrandisüsteemid”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratusesüsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 4) lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid;
- 5) lahendab võrrandisüsteeme;
- 6) lahendab tekstülesandeid võrrandite (võrrandisüsteemide) abil;
- 7) kasutab arvutialgebra programmi determinante arvutades ning võrrandeid ja võrrandisüsteeme lahendades.

#### Õppesisu

Võrdus, võrrand, samasus. Võrrandite samaväärsus, samaväärsusteisendused. Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid ning nendeks taanduvad võrrandid. Üht absoluutväärtust sisaldav võrrand.

Võrrandisüsteemid, kus vähemalt üks võrranditest on lineaarvõrrand. Kahe- ja kolmerealine determinant. Tekstülesanded.

### 3.4. III kursus „Võrratused. Trigonomeetria I”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratuse ning lihtsamaid võrratusesüsteeme;
- 4) kasutab arvutit, lahendades võrratuse ja võrratusesüsteeme;
- 5) leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) lahendab täisnurkse kolmnurga;
- 7) kasutab täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone;
- 8) kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid.

#### Õppesisu

Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaarvõrratused. Ruutvõrratused. Intervallmeetod. Lihtsamad murdvõrratused. Võrratusesüsteemid.

Teravnurga siinus, koosinus ja tangens. Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas.

### 3.5. IV kursus „Trigonomeetria II”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) teisendab kraadimõõdu radiaanmõõduks ja vastupidi;
- 2) arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 3) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; tuletab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;
- 4) tuletab ja teab mõningate nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  siinuse, koosinuse ja tangensi täpseid väärtusi; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
- 5) leiab taskuarvutil trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) teab kahe nurga summa ja vahe valemeid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid;
- 7) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid;
- 8) tõestab siinus- ja koosinusteoreemi;
- 9) lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala;
- 10) rakendab trigonomeetria, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid.

#### Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine. Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused. Seosed ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahel. Taandamisvaleimid. Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised avaldised. Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala. Kolmnurga pindala valeimid. Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga lahendamine. Rakendusülesanded.

### 3.6. V kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab mõisteid *vektor*, *ühik-*, *null-* ja *vastandvektor*, *vektori koordinaadid*, *kahe vektori vaheline nurk*;
- 2) liidab, lahutab ja korrutab vektoreid arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
- 3) arvutab kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab vektoreid füüsikalise sisuga ülesannetes;
- 4) kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) lahendab kolmnurka vektorite abil;
- 6) leiab lõigu keskpunkti koordinaadid;
- 7) tuletab ja koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga ning teisendab selle üldvõrrandiks; määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja nurga sirgete vahel;
- 8) koostab hüperbooli, parabooli ja ringjoone võrrandi; joonestab ainekavas esitatud jooni nende võrrandite järgi; leiab kahe joone lõikepunktid.

#### Õppesisu

Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Vektorite võrdsus. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektorite liitmine ja lahutamine. Vektori korrutamine arvuga.

Lõigu keskpunkti koordinaadid. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi, vektorite ristseis. Kolmnurkade lahendamine vektorite abil.

Sirge võrrand. Sirge üldvõrrand. Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel.

Ringjoone võrrand. Parabool  $y = ax^2 + bx + c$  ja hüperbool  $y = \frac{a}{x}$ . Joone võrrandi mõiste. Kahe joone lõikepunkt.

### 3.7. VI kursus „Tõenäosus, statistika”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust ning selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet, liike ja omadusi;
- 2) selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu;
- 3) selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust;
- 4) arvutab erinevate, ka reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi;
- 5) selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust, kirjeldab binoom- ja normaaljaotust; kasutab Bernoulli valemit tõenäosust arvutades;
- 6) selgitab valimi ja üldkogumi mõistet, andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
- 7) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta;
- 8) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
- 9) kogub andmestiku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega.

## Õppesisu

Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Sündmus. Sündmuste liigid. Klassikaline tõenäosus. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Geomeetiline tõenäosus. Sündmuste liigid: sõltuvad ja sõltumatud, välistavad ja mittevälistavad. Tõenäosuste liitmine ja korrutamine. Bernoulli valem. Diskreetne ja pidev juhuslik suurus, binoomjaotus, jaotuspolügoon ning arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve). Rakendusülesanded. Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Korrelatsiooniväli. Lineaarne korrelatsioonikordaja. Normaalkaotus (näidete varal). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötluse projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).

### 3.8. VII kursus „Funktsioonid I. Arvjadad”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
- 2) kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid arvutiprogrammidega;
- 3) selgitab pöördfunktsiooni mõistet, leiab lihtsama funktsiooni pöördfunktsiooni ning skitseerib või joonestab vastavad graafikud;
- 4) esitab liitfunktsiooni lihtsamate funktsioonide kaudu;
- 5) leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna algebraliselt; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu;
- 6) uurib arvutiga ning kirjeldab funktsiooni  $y = f(x)$  graafiku seost funktsioonide  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = af(x)$  graafikutega;
- 7) selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;
- 8) tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese  $n$  liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemide ülesandeid lahendades;
- 9) selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude  $\pi$  ja  $e$  tähendust;
- 10) lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.

## Õppesisu

Funktsioonid  $y = ax + b$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y = \frac{a}{x}$  (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähist.

Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Astmefunktsioon. Funktsioonide  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ ,  $y = x^{-1}$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = x^{-2}$ ,  $y = |x|$  graafikud ja omadused. Liitfunktsioon. Pöördfunktsioon. Funktsioonide  $y = f(x)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = af(x)$  graafikud arvutil. Arvjada mõiste, jada üldliige, jadade liigid. Aritmeetilise jada, selle omadused. Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem. Geomeetrilise jada, selle omadused. Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem. Arvjada piirväärtus. Piirväärtuse arvutamine. Hääbuv geomeetrilise jada, selle summa. Arv  $e$  piirväärtusena. Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv  $\pi$ . Rakendusülesanded.

### 3.9. VIII kursus „Funktsioonid II”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust;
- 2) lahendab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise ülesandeid;
- 3) kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni  $y = e^x$  omadusi;
- 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmib ning potentseerib lihtsamaid avaldisi;
- 5) kirjeldab logaritmifunktsiooni ja selle omadusi;
- 6) joonestab eksponent- ja logaritmifunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 7) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid ning -võrratusi;
- 8) kasutab eksponent- ja logaritmifunktsioone reaalse elu nähtusi modelleerides ning uurides.

#### Õppesisu

Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Eksponentfunktsioon, selle graafik ja omadused. Arvu logaritm. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ja potentseerimine. Üleminek logaritmi ühelt aluselt teisele. Logaritmifunktsioon, selle graafik ja omadused. Eksponent- ja logaritmivõrrand, nende lahendamine. Rakendusülesandeid eksponent- ja logaritmivõrrandite kohta. Eksponent- ja logaritmivõrratus.

### 3.10. IX kursus „Funktsiooni piirväärtus ja tuletis”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni mõistet;
- 2) joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 3) leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi;
- 4) selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;
- 5) tuletab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirjad ning rakendab neid;
- 6) leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.

#### Õppesisu

Funktsiooni perioodilisus. Siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafik ning omadused. Mõisted  $\arcsin m$ ,  $\arccos m$ ,  $\arctan m$ . Lihtsamad trigonomeetrilised võrrandid.

Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus. Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletise mõiste. Funktsiooni tuletise geomeetiline tähendus. Funktsioonide summa ja vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Liitfunktsiooni tuletis. Funktsiooni teine tuletis. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletised. Eksponent- ja logaritmifunktsiooni tuletis. Tuletiste tabel.

### 3.11. X kursus „Tuletise rakendused”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi;



- 2) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;
- 3) leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid; funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti;
- 4) uurib funktsiooni täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku;
- 5) leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
- 6) lahendab rakenduslikke ekstreemumülesandeid (sh majandussisuga).

### Õppesisu

Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemik; funktsiooni ekstreemum; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemik, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal. Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid. Ekstreemumülesanded.

## 3.12. XI kursus „Integraal. Planimeetria kordamine”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli, integraali omaduste ja muutuja vahetuse järgi;
- 2) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides;
- 3) arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala;
- 4) selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel; uurib arvutiga geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
- 5) selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite übermõõdu ja ruumala arvutamist;
- 6) lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja lihtsamaid tõestusülesandeid;
- 7) kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.

### Õppesisu

Algfunktsiooni ja määramata integraali mõiste. Integraali omadused. Muutuja vahetus integreerimisel. Kõvertrapets, selle pindala piirväärtusena. Määratud integraal, Newtoni-Leibnizi valem. Integraali kasutamine tasandilise kujundi pindala, hulktahuka pöördkeha ruumala ning töö arvutamisel.

Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga poolitaja, selle omadus. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon. Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus. Kolmnurga kesklõik, selle omadus. Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurga sisenurkade summa. Hulknurkade sarnasus. Sarnaste hulknurkade übermõõdtude suhe ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon. Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused. Trapets, selle liigid. Trapetsi kesklõik, selle omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Rakenduslikud geomeetriaülesanded.

## 3.13. XII kursus „Geomeetria I”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) kirjeldab punkti koordinaate ruumis;
- 2) selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;

- 3) tuletab sirge ja tasandi võrrandid ning kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
- 4) arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja kahe vektori vahelise nurga;
- 5) koostab sirge ja tasandi võrrandeid;
- 6) määrab võrranditega antud kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nurga nende vahel;
- 7) kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.

### Õppesisu

Stereomeetria asendilauseid: nurk kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel, sirgete ja tasandite ristseis ning paralleelsus, kolme ristsirge teoreem, hulknurga projektsiooni pindala.

Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis, punkti kohavektor. Vektori koordinaadid ruumis, vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus, vektori avaldamine kolme mis tahes mittekomplanaarse vektori kaudu. Kahe vektori skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk.

Sirge võrrandid ruumis, tasandi võrrand. Võrranditega antud sirgete ja tasandite vastastikuse asendi uurimine, sirge ja tasandi lõikepunkt, võrranditega antud sirgete vahelise nurga leidmine. Rakendusülesanded.

### 3.14. XIII kursus „Geomeetria II”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) kirjeldab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid;
- 2) tuletab silindri, koonuse või kera ruumala valemi;
- 3) kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 4) arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
- 5) kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides.

### Õppesisu

Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala, korrapärased hulktahukad. Pöördkehad; silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala, kera segment, kiht, vöö ja sektor. Ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Rakendusülesanded.

### 3.15. XIV kursus „Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- 4) lahendab tekstülesandeid võrrandite abil;
- 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid;
- 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- 7) kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel.

### Õppesisu

Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil.

Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne). Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele (tasku- ja personaalarvutid).

#### **4. Valikkursus „Loogika”**

##### **4.1. Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) on omandanud ülevaate loogika ajaloolisest arengust ja mõningatest kasutusvaldkondadest;
- 2) defineerib õigesti mõisteid ja oskab parandada vigaseid definitsioone;
- 3) mõistab tõestamise vajalikkust ning oskab kasutada vastavaid matemaatilisi vahendeid;
- 4) määrab lause tõeväärtust (teades komponentlausete tõeväärtusi) komponentlausete tõeväärtuste järgi;
- 5) selgitab, kuidas tekivad paradoksid.

##### **4.2. Kursuse lühikirjeldus**

Kursuses sisalduvad mõisted, mis on õpilasele tuttavad juba põhikoolist (definitsioon, teoreem, eeldus, väide), kuid lisanduvad ka uued mõisted (teoreemide liigid, kvantorid, laused, paradoksid). Tähelepanu pööratakse matemaatilise teksti esitamisele kvantorite abil ning lihtsamate lausete tõeväärtuse määramisele. Analüüsitakse tuntumaid paradokse ja uuritakse, kuidas paradoksid tekivad.

##### **Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) määrab mõiste sisu ja mahtu ning liigitab mõisteid;
- 2) defineerib mõisteid, leiab etteantud definitsioonides ebatäpsusi ja vigu;
- 3) eraldab teoreemist eelduse ja väite ning moodustab antud teoreemi järgi pöördteoreemi, vastandteoreemi ja pöördvastandteoreemi ning tõestab teoreemi;
- 4) kasutab matemaatilist teksti kirjutades kvantoreid;
- 5) teeb tehteid lausetega ning määrab lause tõeväärtust;
- 6) selgitab paradokside teket.

##### **Õppesisu**

Mida õpetab loogika? Ajalooline taust. Mõiste. Mõiste defineerimine ja liigitamine. Otsustus. Loogikalause. Lause tõeväärtus. Tehted lausetega. Eitus. Disjunktsioon ja konjunktsioon. Implikatsioon. Ekvivalents. Liitlaused, nende tõeväärtuse leidmine tabeli meetodiga. Loogika-seadusi. Eituse eitus. Vasturääkivuse seadus. Välistatud kolmanda seadus. Järelduvusseos. Tõestamine. Aksiom. Teoreem. Pöördteoreem. Vastandteoreem. Pöördvastandteoreem. Vastuväiteline tõestus. Tarvilikud ja piisavad tingimused. Paradoksid.

#### **5. Valikkursus „Majandusmatemaatika elemendid”**

##### **5.1. Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab ettekujutuse teda ümbritseva majandusmaailma toimimist kirjeldavatest põhilistest matemaatilistest mudelitest ja nende rakendamise viisidest;
- 2) oskab kasutada matemaatikat mõistlike otsuste langetamiseks oma majanduskäitumises.

## 5.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) protsentarvutuse rakendused majandusülesandeid lahendades (indeksid, maksustamine, hindade kujunemine, valuutaga seotud arvutused);
- 2) majandusprotsesside modelleerimine funktsioonide abil (nõudlus, pakkumine, kulu, tulu, puhastulu, reklaamitulu, kauba tellimine);
- 3) finantsmatemaatika alused (intressid, viivised, laenud).

## 5.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab hinnaindeksite tähendust ja arvutamist kui protsentarvutuse üht rakendust;
- 2) kasutab protsentarvutust hinnaindeksite, sealhulgas tarbijahinnaindeksite arvutamiseks ja tõlgendamiseks;
- 3) selgitab põhiliste maksuliikide tähendust (tulu-, sotsiaal-, käibe-, aktsiisimaks jt) ja arvutuskäike kui protsentarvutuse rakendusi;
- 4) kasutab protsentarvutust palgakulude ja kauba hinna kujunemise selgitamisel ning leidmisel (lihtsamad juhud);
- 5) selgitab raha ja valuutaga seotud põhilisi mõisteid (kurs, konverteerimine, inflatsioon, reaalpalk) ning oskab neid lihtsamatel juhtudel leida ja arvutada;
- 6) selgitab funktsioonide kasutamist nõudluse, pakkumise, turutasakaalu, kulu, tulu ja puhastulu ning reklaamitulu modelleerimiseks, oskab neid mudeleid (eelkõige lineaarseid mudeleid) lihtsamatel juhtudel koostada ja rakendada;
- 7) selgitab liht- ja liitintressi mõistet ning oskab neid rakendada hoiustamise ja laenamisega seotud olukordade ohjamiseks (arvete tasumine, viivised, hoiuste tulusus, laenude kulukus ja kustutamine õppelaenu ja eluasemelaenu näitel).

## 5.4. Õppesisu

Protsentarvutuse põhiülesanded. Indeksid. Tarbijahinnaindeks. Põhilised maksud, nende arvutamine (tulu-, sotsiaal-, käibe- ja aktsiisimaksu näitel). Palgakulud. Kauba hinna kujunemine. Valuuta kurs ja konverteerimine. Inflatsiooni arvutamine tarbijahinnaindeksi abil. Reaalpalk. Nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid. Turutasakaal. Kulu-, tulu- ja puhastulufunktsioonid. Reklaamitulu funktsioon. Liht- ja liitintress. Arved ja viivised. Hoiuste tulusus. Laenude kulukus eluaseme ja õppelaenu näitel.

## 6. Valikkursus „Arvuteooria elemendid I”

### 6.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab parema ettekujutuse täisarvude esitusest kümnendsüsteemis, arvude seostest, põhitulemustest ning tõestusvõtetest, mis on tänapäeval olulised arvutiteaduses ja teistes eluvaldkondades;
- 2) mõistab ja suudab kasutada põhilisi tõestusmeetodeid, tõestades põhitulemusi ning lahendades ülesandeid;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

### 6.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb neljast põhivaldkonnast:

- 1) täisarvu esitus kümnendsüsteemis;
- 2) täisarvude jaguvus, jääkide aritmeetika;
- 3) alg- ja kordarvud, aritmeetika põhiteoreem;
- 4) eriliste omadustega arvude klassid.

### 6.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) kasutab ülesandeid lahendades täisarvu sobivat esitust kümnendsüsteemis (järk)arvude summana;
- 2) defineerib täisarvude jaguvuse mõistet ja tõestab jaguvusseose põhiomadusi;
- 3) kasutab jaguvuse põhiomadusi jaguvustunnuseid tuletades ja klassikalisi (tõestus)-ülesandeid lahendades;
- 4) defineerib jäägiga jagamise mõistet ja tõestab jääkide aritmeetika põhilauseid;
- 5) kasutab jääkide aritmeetikat klassikalisi (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 6) defineerib alg- ja kordarvu ning kahe täisarvu suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse mõistet;
- 7) sõnastab (võimaluse korral tõestab) aritmeetika põhiteoreemi ning kasutab seda (tõestus)-ülesandeid lahendades;
- 8) selgitab algoritme täisarvude suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse leidmiseks ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 9) esitab ülevaate mõne nn huvitavate arvude klassi kuuluva arvude liigi (nt kolmnurkarvude, sõbralike arvude jm) päritolust ning omadustest.

### 6.4. Õppesisu

Täisarvude esitus kümnendsüsteemis: täisarvu esitus (järk)arvude summana. Täisarvu ja selle astmete kümnendesituse viimased numbrid.

Täisarvude jaguvus ja jääkide aritmeetika. Jaguvus. Jaguvusseose omadused. Jäägiga jagamine. Jaguvustunnused.

Arvude kordsed ja tegurid. Alg- ja kordarvud. Suurim ühistegur, vähim ühiskordne.

Aritmeetika põhiteoreem.

Huvitavad arvud. Hulknurkarvud, täiuslikud ja sõbralikud arvud jm.

## 7. Valikkursus „Arvuteooria elemendid II”

### 7.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab parema ettekujutuse tänapäeval kasutatavate arvusüsteemide ülesehitamise erinevatest võimalustest ja printsiipidest ning arvutiteaduses rakendust leidnud arvuteooria alusmõistetest ja põhitulemustest;
- 2) mõistab ning suudab kasutada erinevaid tõestusmeetodeid, tõestades tulemusi ja lahendades tõestusülesandeid;
- 3) arendaks loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

### 7.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb viiest põhivaldkonnast:

- 1) matemaatilise induktsiooni printsiip;
- 2) kongruentsid;
- 3) arvusüsteemid;
- 4) ratsionaalarvude kanooniline esitus;
- 5) Eukleidese algoritm.

### 7.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise induktsiooni printsiibi olemust ja rakendusvõimalusi ning kasutab matemaatilise induktsiooni printsiipi erineva raskusastmega (tõestus)ülesandeid lahendades;

- 2) defineerib täisarvude jäägivõrdsuse ehk kongruentsuse mooduli järgi ning tõestab kongruentside põhiomadusi;
- 3) rakendab kongruentse (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 4) selgitab arvusüsteemide ülesehituse erinevaid printsiipe ja toob ajaloolisi näiteid erinevate süsteemide kohta;
- 5) teisendab kümnendsüsteemi arve mõne teise alusega süsteemi arvudeks ja vastupidi, teeb tehteid kümnest erineva alusega süsteemi arvudega;
- 6) esitab naturaalarvu kanoonilisel kujul ning leiab selle arvu kõigi positiivsete jagajate arvu ja jagajate summa;
- 7) teab ratsionaalarvu esituse taandumatu murruna ja kanoonilisel kujul ning kasutab neid ülesandeid lahendades;
- 8) kasutab Eukleidese algoritmi täisarvude suurima ühisteguri leidmisel ja ratsionaalarvu esitamisel ahelmurruna;
- 9) lahendab kahe tundmatuga lineaarseid diofantilisi võrrandeid.

#### 7.4. Öppesisu

Matemaatilise induktsiooni printsiip: printsiip ja selle rakendused ülesandeid lahendades.

Kongruentsid: täisarvude kongruentsus mooduli järgi. Kongruentside põhiomadused. Kongruentside kasutamine arvuteooria (tõestus)ülesannetes.

Arvusüsteemid: positsioonilised ja mittepositsioonilised arvusüsteemid. Näiteid erinevate alustega arvusüsteemide ja nende ülesehituse printsiipide kohta.

Kanooniline esitus: positiivse täisarvu kanooniline esitus ja rakendused. Ratsionaalarvu esitus taandumatu murruna ning kanooniline esitus.

Eukleidese algoritm: suurima ühisteguri leidmine. Lineaarsete kahe muutujaga diofantiliste võrrandite lahendamine. Ratsionaalarvu esitus ahelmurruna.

### 8. Valikkursus „Diskreetse matemaatika elemendid I”

#### 8.1. Öppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane

- 1) saab ettekujutuse tänapäeval kiiresti areneva ja olulise matemaatika valdkonna, nn diskreetse matemaatika probleemidest ning nende esmastest lahendusmeetoditest (nende seas Dirichlet’ printsiip, invariantid);
- 2) oskab kasutada diskreetsele matemaatikale omaseid põhjendamise ja tõestamise võtteid lihtsamaid (tõestus)ülesandeid lahendades ning vormistada korrektselt lahendusi;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

#### 8.2. Öppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) loogikaülesanded;
- 2) Dirichlet’ printsiip;
- 3) invariantide meetod.

#### 8.3. Öpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) lahendab õppesisus loetletud lihtsamaid loogika tüüpülesandeid, kasutades vajaduse korral sobivalt valitud tabelleid, skeeme ja jooniseid;
- 2) sõnastab Dirichlet’ printsiibi ja tõestab seda vastuväiteliselt;
- 3) rakendab Dirichlet’ printsiipi ja selle üldistust sõnalisi ning arvudega seotud lihtsamaid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 4) sõnastab Dirichlet’ printsiibi analoogi geomeetrias ja kasutab seda lihtsamaid planimeetriaülesandeid lahendades;

- 5) kasutab Dirichlet' printsiipi tasandi osade värvimisega seotud lihtsamaid (tõestus)-ülesandeid lahendades;
- 6) selgitab invariantide meetodi olemust ja oskab nimetada mõningaid täisarvudega seotud invariante (nt paarsus, arvude summad, korrutised, jäägid);
- 7) lahendab lihtsamaid ülesandeid mängudest ja arvude tabelitest, valides sobiva invariandi.

#### 8.4. Õppesisu

Loogikaülesanded (hulkade elementide vahelise vastavuse leidmine): kes-on-kes-tüüpi ülesanded, ülesandeid tõerääkijate ja luiskajate määramiseks ning kaalumistest ja valamistest.

Dirichlet' printsiip: printsiibi olemus ja selle (vastuväiteline) tõestus. Printsiibi üldistus. Printsiibi rakendamine sõnalisi ja arvuteooria ülesandeid lahendades. Dirichlet' printsiibi analoog geometrias ning selle rakendamine lihtsamaid geometria- ja värvimisülesandeid lahendades.

Invariandid: paarsuse ja muude täisarvudega seotud invariantide kasutamine mängudega ja arvude tabelitega seotud lihtsamates ülesannetes.

### 9. Valikkursus „Diskreetse matemaatika elemendid II”

#### 9.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab ettekujutuse tänapäeval kiiresti areneva ja olulise diskreetse matemaatika kahe valdkonna kombinatoorika ja graafide teooria lihtsamatest probleemidest ja nende lahendusmeetoditest;
- 2) oskab kasutada diskreetsele matemaatikale omaseid põhjendamis- ja tõestusvõtteid (tõestus)ülesandeid lahendades ning vormistada korrektselt lahendusi;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

#### 9.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) matemaatiline induktsioon;
- 2) kombinatoorika elemendid;
- 3) sissejuhatus graafiteooriasse.

#### 9.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) sõnastab matemaatilise induktsiooni printsiibi klassikalise variandi (sammuga 1) ning selgitab induktsiooni aluse (baasi) ja sammu tähtsust;
- 2) kasutab matemaatilise induktsiooni printsiipi erineva raskusastmega (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 3) sõnastab kombinatoorika põhireeglid (liitmis- ja korrutamise reegli) ja selgitab nende olemust ning kasutab (tõestus)ülesande kontekstile vastavat põhireeglit objekti valikuvõimaluste arvutamiseks;
- 4) defineerib kordumisteta ühendid (permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid) ja tuletab nende arvu leidmise valemid ning kasutab neid ülesande kontekstist lähtuvalt (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 5) selgitab kordumistega ühendite (permutatsioonide, variatsioonide ja kombinatsioonide) mõisteid ning kasutab nende arvutamise valemid lihtsamaid ülesandeid lahendades;
- 6) tunneb graafi mõistet ning sellega seotud põhimõisteid ja võtteid (serv, tipp, tipu aste, servade loendamine), lahendab sellekohaseid ülesandeid;
- 7) sõnastab ja tõestab teoreemi graafi paaritu arvuliste tippude arvust ning kasutab seda lihtsamaid ülesandeid lahendades;
- 8) tunneb graafide liike (Euleri graaf, sidus graaf, puu, orienteeritud graaf) ning lahendab lihtsamaid ülesandeid;

- 9) sõnastab tarviliku ja piisava tingimuse selleks, et graaf oleks Euleri graaf, ning lahendab selle tingimuse abil lihtsamaid ülesandeid;
- 10) kirjeldab mõnda kursuse temaatikaga seotud ajaloolist probleemi või tutvustab mõistete lisamise ja tulemuste tõestamisega seotud persoone.

#### 9.4. Õppesisu

Matemaatilise induktsiooni printsiip: printsiip, induktsiooni alus ja samm. Ülesannete lahendamine matemaatilise induktsiooni printsiipi kasutades.

Kombinatorika elemendid: liitmis- ja korrutamise reegel. Kordumisteta permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid ning nende omadused. Liitmis- ja korrutamise reeglite rakendamine ülesandele lahendades. Kordumistega permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid.

Sissejuhatus graafiteooriasse: graafi tipp, serv. Servade loendamine, tipu aste. Teoreem: suvalises graafis on paarisarv paaritu astmega tippu. Euleri graaf. Sidus graaf. Mittesidusa graafi sidusosakomponendid. Tarvilik ja piisav tingimus selleks, et graaf oleks Euleri graaf. Puu. Samaväärsed tingimused selleks, et graaf oleks puu. Orienteeritud graaf.

### 10. Valikkursus „Planimeetria I. Kolmnurkade ja ringide geomeetria”

#### 10.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) tunneb kolmnurkade ja ringide geomeetria alusmõisteid ja põhitulemusi ning valdab nende tõestamise põhimeetodeid (paralleelsus, kongruentsus, sarnasus, piirdenurkade meetod);
- 2) oskab kasutada õpitud meetodeid klassikalise sünteetilise geomeetria tüüpülesandeid lahendades ning teha korrektseid jooniseid;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

#### 10.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) paralleelsed sirged;
- 2) kolmnurkade kongruentsus ja sarnasus;
- 3) ringjoonega seotud nurgad ja lõigud, ringjoonte lõikumine ning puutumine.

#### 10.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) defineerib sirgete paralleelsuse mõistet, sõnastab paralleelsuse tunnused ja tõestab neid;
- 2) kasutab paralleelsuse tunnuseid ja kiirteteoreemi, lahendades tüüpülesandeid ning (tõestus)-ülesandeid;
- 3) defineerib kolmnurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse mõisted, sõnastab võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse tunnused ning tõestab neid tunnuseid;
- 4) oskab kasutada kongruentsuse ja sarnasuse meetodeid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 5) sõnastab ja tõestab teoreemi täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgusest ja selle järeldused (Pythagorase, Eukleidese ja kõrguse teoreemid) ning Pythagorase teoreemi pöördteoreemi;
- 6) selgitab kolmnurkade võrdsuse ja kolmnurkade pindvõrdsuse mõiste erinevust ning lahendab sellekohaseid ülesandeid;
- 7) teab kolmnurga võrratusi ja kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 8) teab põhitulemusi piirdenurga ning ringjoone kõõlu ja puutuja vahelise nurga suuruse kohta ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 9) sõnastab ja tõestab teoreemid ringjoone kahest kõõlust, lõikajast, puutujast ning lõikajast ja puutujast ning kasutab tulemusi (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 10) lahendab lihtsamaid (tõestus)ülesandeid ringjoonte lõikumise ja puutumise kohta.



#### 10.4. Õppesisu

Paralleelsed sirged. Sirgete paralleelsus. Sirgete paralleelsuse tunnused. Kiirteteoreem. Ajalooline ülevaade sirgete paralleelsuse küsimusest (nn paralleelide aksioomi küsimus).

Kolmnurk. Kolmnurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse definitsioonid ning tunnused. Teoreem täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgusest ja selle järeldused (Pythagorase, Eukleidese ja kõrguse teoreem). Pythagorase teoreemi pöördteoreem. Kolmnurkade pindvõrdsus. Kolmnurga võrratus.

Ring, ringjoon. Kesk- ja piirdenurgad. Piirdenurga suurus. Thalese teoreem. Nurk kõõlu ja puutuja vahel. Teoreemid ringjoone kahest kõõlust, kahest lõikajast ning puutujast ja lõikajast. Ühest punktist ringjoonele tõmmatud puutujalõikude võrdsus. Punkti potents ringjoone suhtes. Kahe ringjoone sisemine (välimine) puutumine.

### 11. Valikkursus „Planimeetria II. Hulknurkade ja ringide geometria”

#### 11.1. Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) tunneb hulknurkade ja ringide geometria alusmõisteid ja põhitulemusi ning valdab nende tõestamise põhimeetodeid (paralleelsus, kongruentsus, sarnasus, piirdenurkade meetod, lisakonstruksioonide meetod);
- 2) oskab loovalt kasutada õpitud meetodeid sünteetilise geometria (tõestus)ülesandeid lahendades ning teha korrektseid lihtsamaid jooniseid sirkli ja joonlauaga ja/või arvutiga, kasutades mõnda dünaamilise geometria programmi;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

#### 11.2. Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb neljast põhivaldkonnast:

- 1) hulknurkade (nelinurkade) liigitus ja põhiomadused;
- 2) kõõlnelinurk;
- 3) kolmnurgaga seotud lõigud (kesklõigud, mediaanid, nurgapoolitajad, kõrgused, keskrist-sirged) ja ringjooned (sise- ja ümberringjoon);
- 4) konstruktsioonülesanded.

#### 11.3. Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

- 1) tuletab valemid hulknurga sise- ja välisnurkade summa ning diagonaalide arvu leidmiseks ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 2) defineerib hulknurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse mõisted ning kasutab kongruentsuse ja sarnasuse meetodeid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 3) tunneb nelinurkade (ruut, ristkülik, romb, rööpkülik, trapets) definitsioone ja omadusi ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 4) sõnastab ja tõestab tarvilikke ja piisavaid tingimusi selleks, et nelinurk oleks kõõlnelinurk, kasutab kõõlnelinurkade meetodit (tõestus)ülesandeid lahendades ning nelja punkti ühel ringjoonel asumist põhjendades;
- 5) defineerib kolmnurgaga seotud lõikude (kesklõik, mediaan, nurgapoolitaja, kõrgus, keskristsirge) mõisted ja tõestab nende põhiomadusi ning kasutab saadud tulemusi (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 6) kasutab erinevaid meetodeid tõestamiseks, et iga kolmnurga kolm mediaani (nurgapoolitaja, keskristsirge, kõrgus) lõikuvad ühes punktis;
- 7) teab, milliste lõikude lõikepunktis asuvad kolmnurga sise- ja välisringjoone keskpunktid, ning kasutab seda teadmist (tõestus)ülesandeid lahendades; saavutab teatud vilumuse põhiliste konstruktsioonülesannete lahendamisel sirkli ja joonlauaga.

#### 11.4. Õppesisu

Hulknurk: kumerad ja mittekumerad hulknurgad, korrapärased hulknurgad. Hulknurga sise- ja välisnurkade summa. Hulknurga diagonaalid. Hulknurkade kongruentsus (võrdsus) ja sarnasus. Tarvilikud ja piisavad tingimused selleks, et nelinurk oleks ruut (ristkülik, romb, rööpkülik, trapets).

Kõõlnelinurk. Tarvilikud ja piisavad tingimused selleks, et nelinurk oleks kõõlnelinurk: samale kaarele toetuvad piirdenurgad, teineteise vastas asuvad piirdenurgad, diagonaalide lõikude pikkuste korrutis (ringjoone lõikuvate kõõlude omadus), Ptolemaiiose teoreem. Nelja punkti asumisest ühel ringjoonel.

Lõigud ja ringjooned kolmnurgas: kolmnurga kesklõigud, kesklõikude ja nendest moodustatud kolmnurga omadused. Tarvilik ja piisav tingimus selleks, et punkt asuks antud nurga poolitajal (antud lõigu keskristsirgel). Teoreemid kolmnurga mediaanide (nurgapoolitajate, kõrguste, keskristsirgete) lõikumisest ühes punktis. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon.

Konstruksioonülesanded. Põhikonstruktsioonid sirkli ja joonlauaga (antud nurga poolitaja, lõigu keskristsirge, sirgele antud punktist ristsirge või paralleelsirge konstrueerimine, kolmnurga sise- ja ümberringjoone konstrueerimine, ringjoone puutuja konstrueerimine, lõigu jaotamine antud suhtes, hulknurkade konstrueerimine). Ajalooline ülevaade klassikaliste konstruktsioonülesannete (ringi kvadratuur, kuubi duplikatsioon, nurga trisektsioon) tegemise võimalikkusest.

Hanno Pevkur  
Sotsiaalminister  
haridus- ja teadusministri ülesannetes