

Ainevaldkond „Matemaatika“

1. Üldalused

1.1. Matemaatikapädevus

Matemaatika õpetamise eesmärk gümnaasiumis on matemaatikapädevuse kujundamine, see tähendab suutlikkust tunda matemaatiliste mõistete ja seoste süsteemsust; kasutada matemaatikat temale omase keele, sümbolite ja meetoditega erinevaid ülesandeid modelleerides nii matemaatikas kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades; oskust probleeme esitada, sobivaid lahendusstrateegiaid leida ja rakendada, lahendusideid analüüsida, tulemuse tõesust kontrollida; oskust loogiliselt arutleda, põhjendada ja tõestada, mõista ning kasutada erinevaid lahendusviise; huvituda matemaatikast ja kasutada matemaatika ning info- ja kommunikatsioonivahendite seoseid.

Matemaatika õpetamise kaudu taotletakse, et gümnaasiumi lõpuks õpilane:

- 1) väärtustab matemaatikat ning hindab ja arvestab oma matemaatilisi võimeid karjääri plaanides;
- 2) on omandanud süsteemse ja seostatud ülevaate matemaatika erinevate valdkondade mõistetest, seostest ning protseduuridest;
- 3) mõistab ja analüüsib matemaatilisi tekste ning esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 4) arutleb loovalt ja loogiliselt, leiab probleemülesande lahendamiseks sobivaid strateegiaid ning rakendab neid;
- 5) esitab matemaatilisi hüpoteese, põhjendab ja tõestab neid;
- 6) mõistab ümbritsevas maailmas valitsevaid kvantitatiivseid, loogilisi, funktsionaalseid, statistilisi ja ruumilisi seoseid;
- 7) rakendab matemaatilisi meetodeid teistes õppeainetes ja erinevates eluvaldkondades, oskab probleemi esitada matemaatika keeles ning interpreteerida ja kriitiliselt hinnata matemaatilisi mudeleid;
- 8) tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise (graafik, tabel, valem, diagramm, tekst jne), oskab valida sobivat esitusviisi ning üle minna ühelt esitusviisilt teisele;
- 9) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid (mudelid, teatmeteosed, IKT vahendid jne) ning hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet;
- 10) mõistab matemaatika sotsiaalset, kultuurilist ja personaalset tähendust.

1.2. Ainevaldkonna õppeained ja maht

Ainevaldkonda kuuluvad kaks õppeainet – kitsas matemaatika ja lai matemaatika.

Kitsa matemaatika 8 kohustuslikku kursust on: „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused“; „Trigonomeetria“; „Vektor tasandil. Joone võrrand“; „Tõenäosus ja statistika“; „Funktsioonid I“; „Funktsioonid II“; „Planimeetria. Integraal“; „Stereomeetria“.

Lai matemaatika 14 kohustuslikku kursust on: Avaldised ja arvuhulgad; Võrrandid ja võrrandisüsteemid; Võrratused. Trigonomeetria I; Trigonomeetria II; Vektor tasandil. Joone võrrand; Tõenäosus, statistika; Funktsioonid. Arvjadad; Eksponent- ja logaritmifunktsioon; Trigonomeetriselised

funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis; Tuletise rakendused; Integraal. Planimeetria; Sirge ja tasand ruumis; Stereomeetria; Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine.

Ainevaldkonnas on 8 valikkursust: „Loogika”, „Majandusmatemaatika elemendid”, „Arvuteooria elemendid I”, „Arvuteooria elemendid II”, „Diskreetse matemaatika elemendid I”, „Diskreetse matemaatika elemendid II”, „Planimeetria I. Kolmnurkade ja ringide geomeetria” ning „Planimeetria II. Hulknurkade ja ringide geomeetria”.

Ainevaldkonna valikkursustena võib rakendada ka kursusi, mis on kirjeldatud loodusainete valdkonnas: „Loodusteadused, tehnoloogia ja ühiskond“, „Mehhatroonika ja robotika”, „3D-modelleerimine”, „Joonestamine”, „Arvuti kasutamine uurimistöös”, „Rakenduste loomise ja programmeerimise alused”.

1.3. Ainevaldkonna kirjeldus

Lai matemaatika ja kitsas matemaatika erinevad nii sisu kui ka käsitluslaadi poolest. Laias matemaatikas käsitletakse mõisteid ja meetodeid, mida on vaja matemaatikateaduse olemusest arusaamiseks. Kitsas matemaatika õpetamise eesmärk on matemaatika rakenduste vaatlemine, et kirjeldada inimest ümbritsevat maailma teaduslikult ning tagada elus toimetulek. Selleks vajalik keskkond luuakse matemaatika mõistete, sümbolite, omaduste ja seoste, reeglite ja protseduuride käsitlemise ning intuitsioonil ja loogilisel arutelul põhinevate mõttekäikude esitamise kaudu. Nii kitsas kui ka lai matemaatika annavad õppijale vahendid ja oskused rakendada teistes õppeainetes vajalikke matemaatilisi meetodeid.

Õpilased, keda matemaatika rohkem huvitab, võivad kasutada valikainete õpiaega, üleriigilisi süvaõppevorme ja individuaalõpet. Ainekavas esitatud valikkursusi võib lisada nii kitsale kui ka laiale matemaatikale.

Kitsas matemaatika järgi õppinud õpilased saavad üle minna laiale matemaatikale ja laia matemaatika järgi õppinud õpilased kitsale matemaatikale. Ülemineku tingimused sätestab kool oma õppekavas.

1.4. Üldpädevuste kujundamise võimalusi

Matemaatika õppimise kaudu kujundatakse gümnasistides kõiki riiklikus õppekavas kirjeldatud üldpädevusi. Pädevustes eristatava nelja omavahel seotud komponendi – teadmiste, oskuste, väärtushinnangute ja käitumise kujundamisel on kandev roll õpetajal, kelle väärtushinnangud ja enesekehtestamisoskus loovad sobiliku õpikeskkonna ning mõjutavad gümnasistide väärtushinnanguid ja käitumist.

Kultuuri- ja väärtuspädevus. Matemaatikat õppides tutvuvad õpilased erinevate maade ja ajastute saavutustega matemaatikas ning tajuvad seeläbi kultuuride seotust. Õpilasi suunatakse tunnetama loogiliste mõttekäikude elegantsi ning märkama geomeetriliste kujundite harmooniat arhitektuuris ja looduses. Arendatakse püsivust, objektiivsust, täpsust ja töökust.

Sotsiaalne ja kodanikupädevus. Vastutustunnet ühiskonna ja kaaskodanike ees kasvatatakse sellesuliste ülesannete lahendamise kaudu. Erinevad paaris- ja rühmatööd arendavad õpilastes koostöö- ja vastastikuse abistamise oskusi, võimaldavad kasutada ka matemaatikatundides erinevaid kollektiivse töö vorme. Kasvatatakse sallivalt suhtuma erinevate matemaatiliste võimetega õpilastesse.

Enesemääratluspädevus. Erineva raskusastmega ülesannete iseseisva lahendamise kaudu saavad õpilased hinnata ja arendada oma matemaatilisi võimeid. Selleks sobivad kõige paremini avatud probleemülesanded.

Õpipädevus. Ülesannete lahendamise kaudu arendatakse analüüsimise, ratsionaalsete võtete otsingu ja tulemuste kriitilise hindamise oskusi. Tekstülesandeid lahendades areneb funktsionaalne lugemisoskus: õpitakse eristama olulist ebaolulisest ning nägema objektide seoseid. Arendatakse üldistamise ja analoogia kasutamise oskust ning oskust kasutada õpitud teadmisi uutes olukordades.

Õpilases kujundatakse arusaam, et ülesannete lahendamise teid on võimalik leida iseseisva mõtlemise teel.

Suhtluspädevus. Arendatakse suhtlikkust väljendada oma mõtet selgelt, lühidalt ja täpselt eelkõige mõistete korrektsete definitsioonide esitamise, hüpoteeside ja väidete või teoreemide sõnastamise ning ülesannete lahenduste vormistamise kaudu. Tekstülesandeid lahendades areneb funktsionaalne lugemisoskus: õpitakse eristama olulist ebaolulisest ja nägema objektide seoseid. Matemaatika oluline roll on kujundada valmisolek mõista, seostada ja edastada infot, mis on esitatud erinevatel viisidel. Arendatakse suhtlikkust formaliseerida tavakeeles esitatud infot ning vastupidi: esitada matemaatiliste sümbolite ja valemite sisu tavakeeles.

Ettevõtlikkuspädevus. Uute matemaatiliste teadmiseni jõutakse sageli vaadeldavate objektide omaduste analüüsimise kaudu: uuritakse objektide ühiseid omadusi, selle alusel sõnastatakse hüpotees ja otsitakse ideid selle kehtivuse põhjendamiseks. Arendatakse oskust näha ja sõnastada probleeme, genereerida ning analüüsida ideid. Tõenäosusteooria ja funktsioonide omadustega seotud ülesannete lahendamise kaudu õpitakse uurima objekti muutumise sõltuvust parameetritest. Ühele ülesandele erinevate lahenduste leidmine arendab paindlikku mõtlemist. Ettevõtlikkuspädevust arendatakse ka mitmesuguste eluliste andmetega ülesannete lahendamise ning pikemate projektide kaudu.

Loodusteaduste- ja tehnoloogiaalane pädevus. Matemaatikat õppides on vältimatu kasutada tehnoloogilisi abivahendeid ülesannete lahendamisel. Matemaatika kui teaduskeele olulisuse mõistmine võimaldab aru saada teaduse ja tehnoloogia arengust.

1.5. Matemaatika lõimingu võimalusi teiste ainevaldkondadega

Matemaatikaõpetuse lõimimise eeldused ainesiseselt loob ainekavas pakutud kursuste järjestus. Matemaatikaõpetuse lõimimine teiste ainevaldkondade õpetusega ja õppeainetevälise infoga toimub kooli õppekavas ja meetodilistes juhendites (aineraamat, õpetajaraamat) sätestatu põhjal).

1.6. Läbivate teemade rakendamise võimalusi

Õppekava üldosas toodud läbivad teemad realiseeritakse gümnaasiumi matemaatikaõpetuses eelkõige õppe sihipärase korraldamise ning ülesannete elulise sisu kaudu.

Elukestev õpe ja karjääri planeerimine. Matemaatika õppimise käigus kujundatakse õpilastes erinevate õppetegevuste kaudu valmisolek mõista ja väärtustada elukestvat õpet kui elustiili ning mõtestada karjääri planeerimist kui jätkuvat otsuste tegemise protsessi. Õppetegevus võimaldab vahetult kokku puutuda töömaailmaga, nt ettevõtte külastusi, õpilastele tutvustatakse ainevaldkonnaga seotud ameteid, erialasid ja edasiõppimisvõimalusi. Arendatakse iseseisva õppimise oskust ja vastutusvõimet ning oskust iseseisvalt leida ja analüüsida oma arengu vajadustest tulenevat infot edasiõppimise võimaluste kohta ja koostada karjääriplaan. Erinevad õppetegevused, sh õpilaste iseseisvad tööd, võimaldavad õpilasel seostada huvisid ja võimeid ainealaste teadmiste ja oskustega ning mõista, et hovid ja harrastused hoiavad elu ja karjääri tasakaalus. Enda võimete reaalne hindamine on üks tähtsamaid edasise karjääri plaanimise lähtetingimusi. Matemaatikatundides kujundatakse võimet abstraktselt ja loogiliselt mõelda, mida on vaja, et kaaluda erinevaid mõjutegureid karjääri valides. Õpilased arendavad oma õpi- ja suhtlusoskusi ning koostöö-, otsustamis- ja infoga ümberkäimise oskusi, mida on muu hulgas vaja tulevases tööelus.

Keskkond ja jätkusuutlik areng. Keskkonna ressursse käsitlevaid andmeid analüüsides arendatakse säästvat suhtumist ümbritsevasse ning õpetatakse väärtustama elukeskkonda. Tähtsal kohal on protsentarvutus, muutumist ja seoseid kirjeldav matemaatika ning statistika elemendid.

Kultuuriline identiteet. Olulisel kohal on matemaatika ajaloo elementide tutvustamine ning ühiskonna ja matemaatikateaduse arengu seostamine. Protsentarvutuse ja statistika abil saab kirjeldada

ühiskonnas toimuvaid protsesse ühenduses mitmekultuurilisuse teemaga. Geomeetrial on tähtis koht kultuuriruumis.

Kodanikualgatus ja ettevõtlikkus. Ülesannetele erinevate lahenduste otsimine on seotud ettevõtlikkusega. Uurimistöde, rühmatööde ning projektidega arenevad algatus- ja koostööskused.

Tehnoloogia ja innovatsioon. Matemaatikakursuse lõimingute kaudu tehnoloogia ja loodusainetega saavad õpilased ettekujutuse tehnoloogiliste protsesside kirjeldamise ning modelleerimise meetoditest. Õpilased kasutavad IKT vahendeid probleemide lahendamiseks ning oma õppimise ja töö tõhustamiseks. Matemaatika õppimine võimaldab avastada ja märgata seaduspärasusi ning aitab seeläbi kaasa loova inimese kujunemisele.

Teabekeskond. Statistika ja protsentarvutus aitavad mõista meediamanipulatsioone ning arendavad kriitilise teabeanalüüsi oskusi.

Tervis ja ohutus. Ohutus- ja tervishoiuandmeid sisaldavate ülesannete kaudu õpitakse objektiivsete andmete alusel hindama riskitegureid.

Väärtused ja kõlblus. Matemaatika õppimine arendab korralikkust, hoolsust, süstemaatilisust, järjekindlust, püsivust ning ausust. Matemaatikal on tähtis osa tolerantse suhtumise kujunemisel erinevate võimetega kaaslastesse.

1.7. Õppetegevuse kavandamine ja korraldamine

Õpet kavandades ja korraldades:

- 1) lähtutakse õppekava alusväärtustest, üldpädevustest, õppeaine eesmärkidest, õppesisust ja oodatavatest õpitulemustest ning toetatakse lõimingut teiste õppeainete ja läbivate teemadega;
- 2) taotletakse, et õpilase õpikoormus (sh kodutööde maht) on mõõdukas, jaotub õppeaasta ulatuses ühtlaselt ning jätab piisavalt aega nii huvitegevuseks kui ka puhkuseks;
- 3) võimaldatakse üksi- ja ühisõpet, mis toetavad õpilaste kujunemist aktiivseteks, koostöövõimelisteks ning iseseisvateks õppijateks;
- 4) kasutatakse diferentseeritud õpiülesandeid, mille sisu ja raskusaste toetavad individualiseeritud käsitlust ning suurendavad õpimotivatsiooni;
- 5) rakendatakse nüüdisaegseid info- ja kommunikatsioonitehnoloogial põhinevaid õpikeskkondi ning õppematerjale ja -vahendeid;
- 6) laiendatakse õpikeskkonda: arvutiklass, kooliümborus, looduskeskkond, ettevõtted jne;
- 7) kasutatakse erinevaid õppemeetodeid, sh aktiivõpet: õppekäigud, väitlused, projektõpe, praktilised ja uurimistööd jne.

Õppetegevuse kavandamisel on õpetajal professionaalne õigus koostöös õpilastega teha valikuid õppesisu käsitlemises arvestusega, et taotletavad õpitulemused oleksid saavutatud ning üld- ja valdkondlikud pädevused kujundatud, ja lähtuvalt õpilaste eelnevatest teadmistest-oskustest.

1.8. Hindamise alused

Hindamise aluseks on põhikooli riikliku õppekava üldosas ja kooli õppekavas sätestatu. Hindamisvormidena kasutatakse nii kujundavat kui ka kokkuvõtvat hindamist. Kujundav hindamine annab infot ülesannete üldise lahendamise oskuse ja matemaatilise mõtlemise ning õpilase suhtumise kohta matemaatikasse. Õppetunni või muu õppetegevuse ajal antakse õpilasele tagasisidet aine ning ainevaldkonna teadmiste ja oskuste ning õpilase hoiakute ja väärtuste kohta. Koostöös kaaslaste ja õpetajaga saab õpilane seotud eesmärkide ja õpitulemuste põhjal julgustavat ning konstruktiivset tagasisidet oma tugevuste ja nõrkuste kohta. Hinnatakse nii teadmisi ja nende rakendamise oskust kui ka üldpädevuste saavutatust, sh õpioskusi suuliste vastuste, kirjalike tööde ning praktiliste tegevuste

alusel. Hindamismeetodite valikul arvestatakse õpilaste vanuselisi iseärasusi, individuaalseid võimeid ning valmisolekut ühe või teise tegevusega toime tulla.

Hindamisel on võrdselt oluline nii õpetaja sõnaline hinnang, numbriline hinne kui ka õpilase enesehinnang. Õpetaja suunamine aitab õpilast ise oma tegevusele ning töö tulemuslikkusele hinnangut anda ning isiklikku ainealast arengut juhtida. Praktiliste tööde ja ülesannete puhul ei hinnata mitte ainult töö tulemust, vaid ka protsessi. Kirjalikke ülesandeid hinnates parandatakse õigekirjavead, mida hindamisel ei arvestata.

Õpet kavandades ning sellest tulenevalt ka hinnates arvestatakse mõtlemise hierarhilisi tasandeid:

- 1) faktide, protseduuride ja mõistete teadmine: meenutamine, äratundmine, info leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine;
- 2) teadmiste rakendamine: meetodite valimine, matemaatilise info esitamine eri viisidel, modelleerimine ning rutiinsete ülesannete lahendamine;
- 3) arutlemine: põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine.

1.9. Füüsiline õpikeskkond

Kool võimaldab:

- 1) õppe klassis, kus on tahvel ja tahvlile joonestamise vahendid;
- 2) vajaduse korral kasutada klassis internetiühendusega IKT vahendeid ning esitlustehnikat;
- 3) tasandiliste ja ruumiliste kujundite komplekte;
- 4) klassiruumis kasutada taskuarvutite komplekti.

2. Ainekavad

2.1. Kitsas matemaatika

2.1.1. Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Matemaatika õpetamisega gümnaasiumis taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
- 2) kasutab ja tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) rakendab matemaatikat erinevate valdkondade probleeme lahendades;
- 4) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
- 6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
- 7) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid.

2.1.2. Õppeaine kirjeldus

Kitsa matemaatika eesmärk on õpetada aru saama matemaatika keeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale. Olulisel kohal on rakendusülesanded.

2.1.3. Gümnaasiumi õpitulemused

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate eluvaldkondadega seonduvaid ülesandeid;
- 2) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 3) lihtsustab avaldiseid, lahendab võrrandeid ja võrratusi;
- 4) kasutab trigonomeetriat geomeetriliste kujunditega seotud ülesandeid lahendades;
- 5) esitab põhilisi tasandilisi jooni valemi abil, skitseerib valemi abil antud joone;

- 6) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 7) tunneb õpitud funktsioonide omadusi ning rakendab neid;
- 8) leiab geomeetriliste kujundite joonelemente, pindalaid ja ruumalaid,
- 9) väljendub matemaatika keelt kasutades täpselt ja lühidalt, arutleb ülesandeid lahendades loovalt ja loogiliselt;
- 10) kasutab matemaatikat õppides ning andmeid otsides ja töödeldes IKT vahendeid;
- 11) hindab oma matemaatilisi teadmisi ja oskusi ning arvestab neid edasist tegevust kavandades;
- 12) teab ainevaldkonnaga seotud ametiteid ja erialasid, mõistab seoseid ainevaldkonnaga seotud teadmiste ja tööturu võimaluste vahel ja analüüsib enda ainealaseid teadmisi ja oskusi haridustee kavandamisel

2.1.4. Kursuste õpitulemused ja õppesisu

I kursus „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) eristab ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarve;
- 2) eristab võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust;
- 3) selgitab võrrandite ja võrratuste lahendamisel kasutatavaid samasusteisendusi;
- 4) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 5) sooritab tehteid astmete ja juurtega, teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks;
- 6) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi;
- 7) lahendab lineaar- ja ruutvõrratuse ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme;
- 8) lahendab lihtsamaid, sh tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

Õppesisu

Naturaalarvude hulk N , täisarvude hulk Z ja ratsionaalarvude hulk Q . Irratsionaalarvude hulk I . Reaalarvude hulk R . Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Ratsionaalavaldiste lihtsustamine. Arvu n -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Murdvõrrand. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena. Tehed astmetega ning tehete näiteid võrdsete juurijatega juurtega. Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratused. Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate tekstülesannete lahendamine võrrandite abil.

II kursus „Trigonomeetria”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi;
- 2) loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;
- 3) teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;
- 4) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid;
- 5) rakendab kolmnurga pindala valemeid, siinus- ja koosinusteoreemi;
- 6) lahendab kolmnurki, arvutab kolmnurga, rööpküliku ja hulknurga pindala, arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 7) lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetriaülesandeid.

Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$), nende väärtused nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° korral. Negatiivse nurga

trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsioonide $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ graafikud. Trigonomeetria põhiseosed $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$, $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$, $\tan \alpha = \frac{1}{\tan(90^\circ - \alpha)}$, $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$, $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$, $\sin(\alpha + k 360^\circ) = \sin \alpha$, $\cos(\alpha + k 360^\circ) = \cos \alpha$, $\tan(\alpha + k 360^\circ) = \tan \alpha$.

Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga pindala valemid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel. Kolmnurga lahendamine. Ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine. Rakendussisuga ülesanded.

III kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab vektori mõistet ja vektori koordinaate;
- 2) tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning nende võrrandeid, teab sirgete vastastikuseid asendeid tasandil;
- 3) liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
- 4) leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga;
- 6) määrab sirgete vastastikused asendid tasandil;
- 7) koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi;
- 8) joonestab sirgeid, ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi;
- 9) leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge);
- 10) kasutab vektoreid ja joone võrrandeid geomeetriaülesannetes.

Õppesisu

Punkti asukoha määramine tasandil. Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Jõu kujutamine vektorina. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ja lahutamine (geomeetriliselt ja koordinaatkujul). Kahe vektori vaheline nurk. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi. Vektorite kollineaarsus ja ristseis. Sirge võrrand (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga määratud sirge). Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Parabooli võrrand. Ringjoone võrrand. Joonte lõikepunktide leidmine. Kahe tundmatuga lineaarvõrrandist ning lineaarvõrrandist ja ruutvõrrandist koosnev võrrandisüsteem. Rakendussisuga ülesanded.

IV kursus „Tõenäosus ja statistika”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust;
- 2) teab sündmuse tõenäosuse mõistet ning oskab leida soodsate ja kõigi võimaluste arvu (loendamise, kombinatoorika);
- 3) teab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvarakteristikute tähendust;
- 4) teab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
- 5) arvutab sündmuse tõenäosust ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades;
- 6) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvarakteristikud ning teeb nendest järeldusi uuritava probleemi kohta;
- 7) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
- 8) kogub andmestikku ja analüüsib seda IKT abil statistiliste vahenditega.

Õppesisu

Sündmus. Sündmuste liigid. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Klassikaline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sündmuste korrutus. Sõltumatute sündmuste korrutise tõenäosus. Sündmuste summa. Välistavate sündmuste summa tõenäosus. Faktoriaal. Permutatsioonid. Kombinatsioonid. Diskreetne juhuslik suurus, selle jaotusseadus, jaotuspolügoon ja arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve). Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja nende süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Normaaljaotus (kirjeldavalt). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötluse projekt, mis realiseeritakse IKT vahendite abil (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).

V kursus „Funktsioonid”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid, teab pöördfunktsiooni mõistet ning paaritu ja paarisfunktsiooni mõistet;
- 2) skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (käsitsi ning arvutil);
- 3) kirjeldab funktsiooni graafiku järgi funktsiooni peamisi omadusi;
- 4) teab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi ning logaritmi ja potentsierib lihtsamaid avaldisi;
- 5) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmvõrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni vahetu rakendamise teel;
- 6) saab aru liitprotsendilise kasvamine ja kahanemise olemusest ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid;
- 7) tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsenteid väljendatavaid suursi;
- 8) lahendab graafiku abil trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul.

Õppesisu

Funktsioonid $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{a}{x}$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumiskiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuskiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Funktsioonid $y = ax^n$ ($n = 1, 2, -1$ ja -2). Arvu logaritmi mõiste. Korrutise, jagatise ja astme logaritmi. Logaritmineerimine ja potentsierimine (mahus, mis võimaldab lahendada lihtsamaid eksponent- ja logaritmvõrrandeid). Pöördfunktsioon. Funktsioonid $y = a^x$ ja $y = \log_a x$. Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite kohta, milles esineb $y = e^{ax}$. Lihtsamad eksponent- ja logaritmvõrrandid. Mõisted $\arcsin m$, $\arccos m$ ja $\arctan m$. Näiteid trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendite leidmise kohta.

VI kursus „Jadad. Funktsiooni tuletis”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) saab aru arvutada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistest;
- 2) rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning n esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid;
- 3) selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;
- 4) leiab funktsioonide tuletisi;
- 5) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis;
- 6) selgitab funktsiooni kasvamine ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmist;
- 7) leiab ainekavas määratud funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuskiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku;

8) lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid.

Õppesisu

Arvjada mõiste, jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Geomeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem.

Funktsiooni tuletise geomeetiline tähendus. Joone puutuja tõus, puutuja võrrand. Funktsioonide $y = x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$), $y = e^x$, $y = \ln x$ tuletised. Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised. Funktsiooni teine tuletis. Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise abil. Lihtsamad ekstreemumülesanded.

VII kursus „Planimeetria. Integraal”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) tunneb ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab kujundite põhiomadusi;
- 2) kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades;
- 3) tunneb algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);
- 4) tunneb ära kõvertrapetsi ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali arvutades;
- 5) arvutab määratud integraali järgi tasandilise kujundi pindala.

Õppesisu

Kolmnurgad, nelinurgad, korrapärased hulknurgad, ringjoon ja ring. Nende kujundite omadused, elementide vahelised seosed, übermõõdud ja pindalad rakendussisuga ülesannetes. Algfunktsioon ja määramata integraal. Määratud integraal. Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapets, selle pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel. Rakendusülesanded.

VIII kursus „Stereomeetria”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide abil ning sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis;
- 2) selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet;
- 3) tunneb ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehi ning nende omadusi;
- 4) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga (näiteks telglõige, ühe tahuga paralleelne lõige);
- 5) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;
- 6) rakendab trigonomeetria- ja planimeetriateadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades;
- 7) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid.

Õppesisu

Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid. Kahe punkti vaheline kaugus. Kahe sirge vastastikused asendid ruumis. Nurk kahe sirge vahel. Sirge ja tasandi vastastikused asendid ruumis. Sirge ja tasandi vaheline nurk. Sirge ja tasandi ristseisu tunnus. Kahe tasandi vastastikused asendid ruumis. Kahe tasandi vaheline nurk. Prisma ja püramiid. Püstprisma ning korrapärase püramiidi täispindala ja ruumala. Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala. Näiteid ruumiliste kujundite lõikamise kohta tasandiga. Praktilise sisuga ülesanded hulktahukate (püstprisma ja püramiidi) ning pöördkehade kohta.

2.2. Lai matemaatika

2.2.1. Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Lai matemaatika õpetamisega gümnaasiumis taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatikakeeles esitatud teabest ning esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 2) valib, tõlgendab ja seostab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) arutleb loogiliselt ja loovalt, arendab oma intuitsiooni;
- 4) püstitab matemaatilisi hüpoteese ning põhjendab ja tõestab neid;
- 5) modelleerib erinevate valdkondade probleeme matemaatiliselt ning hindab kriitiliselt matemaatilisi mudeleid;
- 6) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 7) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid ning hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet;
- 8) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid.

2.2.2. Õppeaine kirjeldus

Lai matemaatika annab ettekujutuse matemaatika tähendusest ühiskonna arengus ning selle rakendamisest igapäevaelus, tehnoloogias, majanduses, loodus- ja täppisteadustes ning muudes ühiskonnaelu valdkondades. Selle tagamiseks lahendatakse rakendusülesandeid, kasutades vastavat IKT tarkvara. Tähtsal kohal on tõestamine ja põhjendamine.

2.2.3. Gümnaasiumi õpitulemused

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) mõistab ja rakendab õpitud matemaatilisi meetodeid ning protseduure;
- 2) arutleb loogiliselt ja loovalt, formaliseerib oma matemaatilisi mõttekäike;
- 3) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 4) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate valdkondade ülesandeid;
- 5) kasutab matemaatikat õppides erinevaid IKT vahendeid;
- 6) teisendab irratsionaal- ja ratsionaalavaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi ning võrrandi- ja võrratusüsteeme;
- 7) teisendab trigonomeetrilisi avaldisi ning kasutab trigonomeetriat ja vektoreid geomeetriaülesandeid lahendades;
- 8) koostab joone võrrandeid ning joonestab õpitud jooni nende võrrandite järgi;
- 9) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 10) uurib funktsioone tuletise põhjal;
- 11) tunneb tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi, leiab geomeetriliste kujundite pindalasi ja ruumalasi (ka integraali abil).

2.2.4. Kursuste õpitulemused ja õppesisu

I kursus „Avaldised ja arvuhulgad”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab naturaalarvude hulga N , täisarvude hulga Z , ratsionaalarvude hulga Q , irratsionaalarvude hulga I ja reaalarvude hulga R omadusi;
- 2) defineerib arvu absoluutväärtuse;
- 3) märgib arvteljel reaalarvude piirkondi;

- 4) esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi;
- 5) sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega;
- 6) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi;
- 7) lahendab rakendussisuga ülesandeid (sh protsentülesanded).

Õppesisu

Naturaalarvude hulk N , täisarvude hulk Z , ratsionaalarvude hulk Q , irratsionaalarvude hulk I ja reaalarvude hulk R , nende omadused. Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Arvusüsteemid (kahendsüsteemi näitel). Ratsionaal- ja irratsionaalavaldised. Arvu n -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Tehted astmete ja juurtega.

II kursus „Võrrandid ja võrrandisüsteemid”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratusesüsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 4) lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid;
- 5) lahendab võrrandisüsteeme;
- 6) lahendab tekstülesandeid võrrandite (võrrandisüsteemide) abil.

Õppesisu

Võrdus, võrrand, samasus. Võrrandite samaväärsus, samaväärsusteisendused. Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid (kuni kaks juurt) ning nendeks taanduvad võrrandid. Üht absoluutväärtust sisaldav võrrand. Võrrandisüsteemid. Kahe- ja kolmerealine determinant. Tekstülesanded.

III kursus „Võrratused. Trigonomeetria I”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratusi ning lihtsamaid võrratusesüsteeme;
- 4) leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 5) lahendab täisnurkse kolmnurga;
- 6) kasutab täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone;
- 7) kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid.

Õppesisu

Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaarvõrratused. Ruutvõrratused. Intervallmeetod. Lihtsamad murdvõrratused. Võrratusesüsteemid.

Teravnurga siinus, koosinus ja tangens. Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid.

Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas.

IV kursus „Trigonomeetria II”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) teisendab kraadimõõdu radiaanmõõduks ja vastupidi;
- 2) arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 3) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; teab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;

- 4) teab mõnede nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpseid väärtusi; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
- 5) leiab taskuarvutil trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) teab kahe nurga summa ja vahe valemeid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid;
- 7) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldisi;
- 8) tõestab siinus- ja koosinusteoreemi;
- 9) lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala;
- 10) rakendab trigonomeetriat elulisi ülesandeid lahendades.

Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine. Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused. Seosed ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahel. Taandamisvalemid. Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised avaldised. Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala. Kolmnurga pindala valemid. Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga lahendamine. Rakendusülesanded.

V kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab mõisteid *vektor*, *ühik-*, *null-* ja *vastandvektor*, *vektori koordinaadid*, *kahe vektori vaheline nurk*;
- 2) liidab, lahutab ja korrutab vektoreid arvuga nii geomeetriselt kui ka koordinaatkujul;
- 3) arvutab kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab vektoreid füüsikalise sisuga ülesannetes;
- 4) kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) lahendab kolmnurka vektorite abil;
- 6) leiab lõigu keskpunkti koordinaadid;
- 7) koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga) ning teisendab selle üldvõrrandiks; määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja nurga sirgete vahel;
- 8) koostab hüperbooli, parabooli ja ringjoone võrrandi; joonestab ainekavas esitatud jooni nende võrrandite järgi; leiab kahe joone lõikepunktid.

Õppesisu

Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Vektorite võrdsus. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektorite liitmine ja lahutamine. Vektori korrutamine arvuga. Lõigu keskpunkti koordinaadid. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi, vektorite ristseis. Kolmnurkade lahendamine vektorite abil.

Sirge võrrand. Sirge üldvõrrand. Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel.

Ringjoone võrrand. Parabool $y = ax^2 + bx + c$ ja hüperbool $y = \frac{a}{x}$. Joone võrrandi mõiste. Kahe joone lõikepunkt.

VI kursus „Tõenäosus, statistika“

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust ning selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet, liike ja omadusi;
- 2) selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu;
- 3) selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust;
- 4) arvutab erinevate, ka reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi;
- 5) selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust, kirjeldab binoom- ja normaaljaotust; kasutab Bernoulli valemit tõenäosust arvutades;
- 6) selgitab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
- 7) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta;
- 8) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
- 9) kogub andmestikku ja analüüsib seda IKT abil statistiliste vahenditega.

Õppesisu

Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Sündmus. Sündmuste liigid. Klassikaline tõenäosus. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Geomeetiline tõenäosus. Sündmuste liigid: sõltuvad ja sõltumatud, välistavad ja mittevälistavad. Tõenäosuste liitmine ja korrutamine. Bernoulli valem.

Diskreetne ja pidev juhuslik suurus, binoomjaotus, jaotuspolügoon ning arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve). Rakendusülesanded.

Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Korrelatsiooniväli. Lineaarse korrelatsioonikordaja. Normaaljaotus (näidete varal). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötuse projekt, mis realiseeritakse IKT vahendite abil (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).

VII kursus „Funktsioonid. Arvjadad“

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
- 2) kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid arvutiprogrammidega;
- 3) leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna algebraliseks; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu;
- 4) kirjeldab funktsiooni $y = f(x)$ graafiku seost funktsioonide $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = a f(x)$ graafikutega;
- 5) selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;
- 6) tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese n liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemid ülesandeid lahendades;
- 7) selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude π ja e tähendust;
- 8) lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.

Õppesisu

Funktsioonid $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{a}{x}$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Astmefunktsioon. Funktsioonide $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^{-1}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = x^{-2}$,

$y = |x|$ graafikud ja omadused. Funktsioonide $y = f(x)$, $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = a f(x)$ graafikud arvutil.

Arvjada mõiste, jada üldliige, jadade liigid. Aritmeetiline jada, selle omadused. Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Geomeetiline jada, selle omadused.

Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Arvjada piirväärtus. Piirväärtuse arvutamine. Hääbuv geomeetiline jada, selle summa. Arv e piirväärtusena. Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv π . Rakendusülesanded.

VIII kursus „Eksponent- ja logaritmifunktsioon“

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust;
- 2) lahendab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise ülesandeid;
- 3) kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni $y = e^x$ omadusi;
- 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmi ning potentsseerib lihtsamaid avaldisi, vahetab logaritmi alust;
- 5) kirjeldab logaritmifunktsiooni ja selle omadusi;
- 6) oskab leida eksponent- ja logaritmifunktsiooni pöördfunktsiooni;
- 7) joonestab eksponent- ja logaritmifunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 8) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid ning -võrratusi;
- 9) kasutab eksponent- ja logaritmifunktsioone reaalse elu nähtusi modelleerides ning uurides.

Õppesisu

Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Eksponentfunktsioon, selle graafik ja omadused. Arvu logaritm. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ja potentsseerimine. Üleminek logaritmi ühelt aluselt teisele. Logaritmifunktsioon, selle graafik ja omadused. Pöördfunktsiooni mõiste eksponent- ja logaritmifunktsiooni näitel. Eksponent- ja logaritmivõrrand, nende lahendamine. Rakendusülesandeid eksponent- ja logaritmivõrrandite kohta. Eksponent- ja logaritmivõrratus.

IX kursus „Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis“

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning leiab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni perioodi;
- 2) joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 3) leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi;
- 4) selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;
- 5) esitab liitfunktsiooni lihtsamate funktsioonide kaudu;
- 6) rakendab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirja, leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.

Õppesisu

Funktsiooni perioodilisus. Siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafik ning omadused. Mõisted $\arcsin m$, $\arccos m$, $\arctan m$. Lihtsamad trigonomeetrilised võrrandid. Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus. Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletise mõiste. Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Funktsioonide summa ja vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Funktsiooni teine tuletis. Liitfunktsioon ja selle tuletise leidmine. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletised. Eksponent- ja logaritmifunktsiooni tuletis. Tuletiste tabel.

X kursus „Tuletise rakendused”

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi;
- 2) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmist;
- 3) leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid, funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti;
- 4) uurib ainekavas etteantud funktsioone täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku;
- 5) leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
- 6) lahendab rakenduslikke ekstreemumülesandeid.

Õppesisu

Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemik; funktsiooni ekstreemum; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemik, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal. Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid. Ekstreemumülesanded.

XI kursus „Integraal. Planimeetria“

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli ja integraali omaduste järgi;
- 2) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides;
- 3) arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala;
- 4) selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel; uurib IKT vahendite abil geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
- 5) selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite ümbermõõdu ja pindala arvutamist;
- 6) lahendab planimeetria arvutusülesandeid (samuti lihtsamaid tõestusülesandeid);
- 7) kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.

Õppesisu

Algfunktsiooni ja määramata integraali mõiste. Integraali omadused. Kõvertrapets, selle pindala piirväärtusena. Määratud integraal, Newtoni-Leibnizi valem. Integraali kasutamine tasandilise kujundi pindala, pöördkeha ruumala ning töö arvutamisel.

Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga poolitaja, selle omadus. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon. Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus. Kolmnurga keskloik, selle omadus. Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurga sisenurkade summa. Hulknurkade sarnasus. Sarnaste hulknurkade ümbermõõtude suhe ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon. Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused. Trapets, selle liigid. Trapetsi keskloik, selle omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Rakenduslikud geomeetriaülesanded.

XII kursus „Sirge ja tasand ruumis“

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide abil;
- 2) selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
- 3) kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
- 4) arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ning kahe vektori vahelise nurga;
- 5) määrab kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nurga nende vahel stereomeetria ülesannetes;
- 6) kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.

Õppesisu

Ruumigeomeetria asendilauseid: nurk kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel, sirgete ja tasandite ristseis ning paralleelsus, kolme ristsirge teoreem, hulknurga projektsiooni pindala. Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis, punkti kohavektor. Vektori koordinaadid ruumis, vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus, vektori avaldamine kolme mis tahes mittekomplanaarse vektori kaudu. Kahe vektori skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk.

Sirge võrrandid ruumis, tasandi võrrand. Võrranditega antud sirgete ja tasandite vastastikuse asendi uurimine, sirge ja tasandi lõikepunkt, võrranditega antud sirgete vahelise nurga leidmine. Rakendusülesanded.

XIII kursus „Stereomeetria“

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) teab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid;
- 2) kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 3) arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
- 4) kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides.

Õppesisu

Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala, korrapärased hulktahukad. Pöördkehad; silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala, kera segment, kiht, vöö ja sektor. Silindri, koonuse või kera ruumala valemi tuletamine. Ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Rakendusülesanded.

XIV kursus „Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine“

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- 4) lahendab tekstülesandeid võrrandite abil;
- 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid;
- 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- 7) kasutab IKT vahendeid ülesandeid lahendades.

Õppesisu

Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil.

Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne). Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele.

3. Valikkursuste kavad

3.1. Valikkursus „Loogika”

Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) on omandanud ülevaate loogika ajaloolisest arengust ja mõningatest kasutusvaldkondadest;
- 2) defineerib õigesti mõisteid ning oskab parandada vigaseid definitsioone;
- 3) mõistab tõestamise vajalikkust ning oskab kasutada vastavaid matemaatilisi vahendeid;
- 4) määrab lause tõeväärtust (teades komponentlausete tõeväärtusi) komponentlausete tõeväärtuste järgi;
- 5) selgitab, kuidas tekivad paradoksid.

Kursuse lühikirjeldus

Kursuses sisalduvad mõisted, mis on õpilasele tuttavad juba põhikoolist (definitsioon, teoreem, eeldus, väide), kuid lisanduvad ka uued mõisted (teoreemide liigid, kvantorid, laused, paradoksid). Tähelepanu pööratakse matemaatilise teksti esitamisele kvantorite abil ning lihtsamate lausete tõeväärtuse määramisele. Analüüsitakse tuntumaid paradokse ja uuritakse, kuidas paradoksid tekivad.

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) määrab mõiste sisu ja mahtu ning liigitab mõisteid;
- 2) defineerib mõisteid, leiab etteantud definitsioonides ebatäpsusi ja vigu;
- 3) eraldab teoreemist eelduse ja väite ning moodustab antud teoreemi järgi pöördteoreemi, vastandteoreemi ja pöördvastandteoreemi ning tõestab teoreemi;
- 4) kasutab matemaatilist teksti kirjutades kvantoreid;
- 5) teeb tehteid lausetega ning määrab lause tõeväärtust;
- 6) selgitab paradokside teket.

Õppesisu

Mida õpetab loogika? Ajalooline taust. Mõiste. Mõiste defineerimine ja liigitamine. Otsustus. Loogikalause. Lause tõeväärtus. Tehted lausetega. Eitus. Disjunktsioon ja konjunktsioon. Implikatsioon. Ekvivalents. Liitlaused, nende tõeväärtuse leidmine tabeli meetodiga. Loogikaseadusi. Eituse eitus. Vasturääkivuse seadus. Välistatud kolmanda seadus. Järelduvusseos. Tõestamine. Aksioom. Teoreem. Pöördteoreem. Vastandteoreem. Pöördvastandteoreem. Vastuväiteline tõestus. Tarvilikud ja piisavad tingimused. Paradoksid.

3.2. Valikkursus „Majandusmatemaatika elemendid”

Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab ettekujutuse teda ümbritseva majandusmaailma toimimist kirjeldavatest põhilistest matemaatilistest mudelitest ja nende rakendamise viisidest;
- 2) oskab kasutada matemaatikat mõistlike otsuste langetamiseks oma majanduskäitumises.

Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) protsentarvutuse rakendused majandusülesandeid lahendades (indeksid, maksustamine, hindade kujunemine, valuutaga seotud arvutused);
- 2) majandusprotsesside modelleerimine funktsioonide abil (nõudlus, pakkumine, kulu, tulu, puhastulu, reklaamitulu, kauba tellimine);
- 3) finantsmatemaatika alused (intressid, viivised, laenud).

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab hinnaindeksite tähendust ja arvutamist kui protsentarvutuse üht rakendust;
- 2) kasutab protsentarvutust hinnaindeksite, sh tarbijahinnaindeksite arvutamiseks ja tõlgendamiseks;
- 3) selgitab põhiliste maksuliikide tähendust (tulu-, sotsiaal-, käibe-, aktsiisimaks jt) ning arvutuskäike kui protsentarvutuse rakendusi;
- 4) kasutab protsentarvutust palgakulude ja kauba hinna kujunemise selgitamisel ning leidmisel (lihtsamad juhud);
- 5) selgitab raha ja valuutaga seotud põhilisi mõisteid (kurss, konverteerimine, inflatsioon, reaalpalk) ning oskab neid lihtsamatel juhtudel leida ja arvutada;
- 6) selgitab funktsioonide kasutamist nõudluse, pakkumise, turutasakaalu, kulu, tulu ja puhastulu ning reklaamitulu modelleerimiseks, oskab neid mudeleid (eelkõige lineaarseid mudeleid) lihtsamatel juhtudel koostada ja rakendada;
- 7) selgitab liht- ja liitintressi mõistet ning oskab neid rakendada hoiustamise ja laenamisega seotud olukordade ohjamiseks (arvete tasumine, viivised, hoiuste tulusus, laenude kulukus ja kustutamine öppelaenu ja eluasemelaenu näitel).

Õppesisu

Protsentarvutuse põhiülesanded. Indeksid. Tarbijahinnaindeks. Põhilised maksud, nende arvutamine (tulu-, sotsiaal-, käibe- ja aktsiisimaksu näitel). Palgakulud. Kauba hinna kujunemine. Valuuta kurss ja konverteerimine. Inflatsiooni arvutamine tarbijahinnaindeksi abil. Reaalpalk. Nõudlus- ja pakkumiskõikumised. Turutasakaal. Kulu-, tulu- ja puhastulufunktsioonid. Reklaamitulu funktsioon. Liht- ja liitintress. Arved ja viivised. Hoiuste tulusus. Laenude kulukus eluaseme ja öppelaenu näitel.

3.3. Valikkursus „Arvuteooria elemendid I”**Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab parema ettekujutuse täisarvude esitusest kümnendsüsteemis, arvude seostest, põhitulemustest ning tõestusvõtetest, mis on tänapäeval olulised arvutiteaduses ja teistes eluvaldkondades;
- 2) mõistab ja suudab kasutada põhilisi tõestusmeetodeid, tõestades põhitulemusi ning lahendades ülesandeid;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb neljast põhivaldkonnast:

- 1) täisarvu esitus kümnendsüsteemis;
- 2) täisarvude jaguvus, jääkide aritmeetika;
- 3) alg- ja kordarvud, aritmeetika põhiteoreem;
- 4) eriliste omadustega arvude klassid.

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) kasutab ülesandeid lahendades täisarvu sobivat esitust kümnendsüsteemis (järk)arvude summana;

- 2) defineerib täisarvude jaguvuse mõistet ja tõestab jaguvusseose põhiomadusi;
- 3) kasutab jaguvuse põhiomadusi jaguvustunnuseid tuletades ja klassikalisi (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 4) defineerib jäägiga jagamise mõistet ja tõestab jääkide aritmeetika põhilauseid;
- 5) kasutab jääkide aritmeetikat klassikalisi (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 6) defineerib alg- ja kordarvu ning kahe täisarvu suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse mõistet;
- 7) sõnastab (võimaluse korral tõestab) aritmeetika põhiteoreemi ning kasutab seda (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 8) selgitab algoritme täisarvude suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse leidmiseks ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 9) esitab ülevaate mõne nn huvitavate arvude klassi kuuluva arvude liigi (nt kolmnurkarvude, sõbralike arvude jm) päritolust ning omadustest.

Õppesisu

Täisarvude esitus kümnendsüsteemis: täisarvu esitus (järk)arvude summana. Täisarvu ja selle astmete kümnendesituse viimased numbrid. Täisarvude jaguvus ja jääkide aritmeetika. Jaguvus. Jaguvusseose omadused. Jäägiga jagamine. Jaguvustunnused.

Arvude kordsed ja tegurid. Alg- ja kordarvud. Suurim ühistegur, vähim ühiskordne. Aritmeetika põhiteoreem. Huvitavad arvud. Hulknurkarvud, täiuslikud ja sõbralikud arvud jm.

3.4. Valikkursus „Arvuteooria elemendid II”

Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab parema ettekujutuse tänapäeval kasutatavate arvusteemide ülesehitamise erinevatest võimalustest ja printsiipidest ning arvutiteaduses rakendust leidnud arvuteooria alusmõistetest ja põhitulemustest;
- 2) mõistab ning suudab kasutada erinevaid tõestusmeetodeid, tõestades tulemusi ja lahendades tõestusülesandeid;
- 3) arendaks loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb viiest põhivaldkonnast:

- 1) matemaatilise induktsiooni printsiip;
- 2) kongruentsid;
- 3) arvusteemid;
- 4) ratsionaalarvude kanooniline esitus;
- 5) Eukleidese algoritm.

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise induktsiooni printsiibi olemust ja rakendusvõimalusi ning kasutab matemaatilise induktsiooni printsiipi erineva raskusastmega (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 2) defineerib täisarvude jäägivõrdsuse ehk kongruentsuse mooduli järgi ning tõestab kongruentside põhiomadusi;
- 3) rakendab kongruentse (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 4) selgitab arvusteemide ülesehituse erinevaid printsiipe ja toob ajaloolisi näiteid erinevate süsteemide kohta;
- 5) teisendab kümnendsüsteemi arve mõne teise alusega süsteemi arvudeks ja vastupidi, teeb tehteid kümnest erineva alusega süsteemi arvudega;
- 6) esitab naturaalarvu kanoonilisel kujul ning leiab selle arvu kõigi positiivsete jagajate arvu ja jagajate summa;
- 7) teab ratsionaalarvu esituse taandumatu murruna ja kanoonilisel kujul ning kasutab neid ülesandeid lahendades;

- 8) kasutab Eukleidese algoritmi täisarvude suurima ühisteguri leidmisel ja ratsionaalarvu esitamisel ahelmurruna;
- 9) lahendab kahe tundmatuga lineaarseid diofantilisi võrrandeid.

Õppesisu

Matemaatilise induktsiooni printsiip: printsiip ja selle rakendused ülesandeid lahendades.

Kongruentsid: täisarvude kongruentsus mooduli järgi. Kongruentside põhiomadused. Kongruentside kasutamine arvuteooria (tõestus)ülesannetes.

Arvusüsteemid: positsioonilised ja mittepositsioonilised arvusüsteemid. Näiteid erinevate alustega arvusüsteemide ja nende ülesehituse printsiipide kohta.

Kanooniline esitus: positiivse täisarvu kanooniline esitus ja rakendused. Ratsionaalarvu esitus taandumatu murruna ning kanooniline esitus.

Eukleidese algoritm: suurima ühisteguri leidmine. Lineaarsete kahe muutujaga diofantiliste võrrandite lahendamine. Ratsionaalarvu esitus ahelmurruna.

3.5. Valikkursus „Diskreetse matemaatika elemendid I”

Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane

- 1) saab ettekujutuse tänapäeval kiiresti areneva ja olulise matemaatika valdkonna, nn diskreetse matemaatika probleemidest ning nende esmastest lahendusmeetoditest (nende seas Dirichlet' printsiip, invariantid);
- 2) oskab kasutada diskreetsele matemaatikale omaseid põhjendamise ja tõestamise võtteid lihtsamaid (tõestus)ülesandeid lahendades ning vormistada korrektselt lahendusi;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) loogikaülesanded;
- 2) Dirichlet' printsiip;
- 3) invariantide meetod.

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) lahendab õppesisus loetletud lihtsamaid loogika tüüpülesandeid, kasutades vajaduse korral sobivalt valitud tabeleid, skeeme ja jooniseid;
- 2) sõnastab Dirichlet' printsiibi ja tõestab seda vastuväiteliselt;
- 3) rakendab Dirichlet' printsiipi ja selle üldistust sõnaliselt ning arvudega seotud lihtsamaid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 4) sõnastab Dirichlet' printsiibi analoogi geomeetrias ja kasutab seda lihtsamaid planimeetriaülesandeid lahendades;
- 5) kasutab Dirichlet' printsiipi tasandi osade värvimisega seotud lihtsamaid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 6) selgitab invariantide meetodi olemust ja oskab nimetada mõningaid täisarvudega seotud invariante (nt paarsus, arvude summad, korrutised, jäägid);
- 7) lahendab lihtsamaid ülesandeid mängudest ja arvude tabelitest, valides sobiva invarianti.

Õppesisu

Loogikaülesanded (hulkade elementide vahelise vastavuse leidmine): kes-on-kes-tüüpi ülesanded, ülesandeid tõerääkijate ja luiskajate määramiseks ning kaalumistest ja valamistest.

Dirichlet' printsiip: printsiibi olemus ja selle (vastuväiteline) tõestus. Printsiibi üldistus. Printsiibi rakendamine sõnaliselt ja arvuteooria ülesandeid lahendades. Dirichlet' printsiibi analoog geomeetrias ning selle rakendamine lihtsamaid geomeetria- ja värvimisülesandeid lahendades.

Invariantid: paarsuse ja muude täisarvudega seotud invariantide kasutamine mängudega ja arvude tabelitega seotud lihtsamates ülesannetes.

3.6. Valikkursus „Diskreetse matemaatika elemendid II”

Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab ettekujutuse tänapäeval kiiresti areneva ja olulise diskreetse matemaatika kahe valdkonna kombinatoorika ning graafide teooria lihtsamatest probleemidest ja nende lahendusmeetoditest;
- 2) oskab kasutada diskreetsele matemaatikale omaseid põhjendamis- ja tõestusvõtteid (tõestus)ülesandeid lahendades ning vormistada korrektselt lahendusi;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) matemaatiline induktsioon;
- 2) kombinatoorika elemendid;
- 3) sissejuhatus graafiteooriasse.

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) sõnastab matemaatilise induktsiooni printsiibi klassikalise variandi (sammuga 1) ning selgitab induktsiooni aluse (baasi) ja sammu tähtsust;
- 2) kasutab matemaatilise induktsiooni printsiipi erineva raskusastmega (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 3) sõnastab kombinatoorika põhireeglid (liitmis- ja korrutamise reegli) ja selgitab nende olemust ning kasutab (tõestus)ülesande kontekstile vastavat põhireeglit objekti valikuvõimaluste arvutamiseks;
- 4) defineerib kordumisteta ühendid (permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid) ja tuletab nende arvu leidmise valemid ning kasutab neid ülesande kontekstist lähtuvalt (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 5) selgitab kordumistega ühendite (permutatsioonide, variatsioonide ja kombinatsioonide) mõisteid ning kasutab nende arvutamise valemeid lihtsamaid ülesandeid lahendades;
- 6) tunneb graafi mõistet ning sellega seotud põhimõisteid ja võtteid (serv, tipp, tipu aste, servade loendamine) ning lahendab sellekohaseid ülesandeid;
- 7) sõnastab ja tõestab teoreemi graafi paarituarvuliste tippude arvust ning kasutab seda lihtsamaid ülesandeid lahendades;
- 8) tunneb graafide liike (Euleri graaf, sidus graaf, puu, orienteeritud graaf) ning lahendab lihtsamaid ülesandeid;
- 9) sõnastab tarviliku ja piisava tingimuse selleks, et graaf oleks Euleri graaf, ning lahendab selle tingimuse abil lihtsamaid ülesandeid;
- 10) kirjeldab mõnda kursuse teematikaga seotud ajaloolist probleemi või tutvustab mõistete lisamise ja tulemuste tõestamisega seotud persoone.

Õppesisu

Matemaatilise induktsiooni printsiip: printsiip, induktsiooni alus ja samm. Ülesannete lahendamine matemaatilise induktsiooni printsiipi kasutades.

Kombinatoorika elemendid: liitmis- ja korrutamise reegel. Kordumisteta permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid ning nende omadused. Liitmis- ja korrutamise reeglite rakendamine ülesandeid lahendades. Kordumistega permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid.

Sissejuhatus graafiteooriasse: graafi tipp, serv. Servade loendamine, tipu aste. Teoreem: suvalises graafis on paarisarv paaritu astmega tippe. Euleri graaf. Sidus graaf. Mittesidusa graafi sidususkomponendid. Tarvilik ja piisav tingimus selleks, et graaf oleks Euleri graaf. Puu. Samaväärsed tingimused selleks, et graaf oleks puu. Orienteeritud graaf.

3.7. Valikkursus „Planimeetria I. Kolmnurkade ja ringide geomeetria”

Õppe-eesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) tunneb kolmnurkade ja ringide geomeetria alusmõisteid ja põhitulemusi ning valdab nende tõestamise põhimeetodeid (paralleelsus, kongruentsus, sarnasus, piirdeurkade meetod);
- 2) oskab kasutada õpitud meetodeid klassikalisi sünteetilise geomeetria tüüpülesandeid lahendades ning teha korrektseid jooniseid;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

- 1) paralleelsed sirged;
- 2) kolmnurkade kongruentsus ja sarnasus;
- 3) ringjoonega seotud nurgad ja lõigud, ringjoonte lõikumine ning puutumine.

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) defineerib sirgete paralleelsuse mõistet, sõnastab paralleelsuse tunnused ja tõestab neid;
- 2) kasutab paralleelsuse tunnuseid ja kiirteteoreemi, lahendades tüüpülesandeid ning (tõestus)ülesandeid;
- 3) defineerib kolmnurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse mõisted, sõnastab võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse tunnused ning tõestab neid tunnuseid;
- 4) oskab kasutada kongruentsuse ja sarnasuse meetodeid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 5) sõnastab ja tõestab teoreemi täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgusest ja selle järeldused (Pythagorase, Eukleidese ja kõrguse teoreem) ning Pythagorase teoreemi pöördteoreemi;
- 6) selgitab kolmnurkade võrdsuse ja kolmnurkade pindvõrdsuse mõiste erinevust ning lahendab sellekohaseid ülesandeid;
- 7) teab kolmnurga võrratusi ja kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 8) teab põhitulemusi piirdeurga ning ringjoone kõõlu ja puutuja vahelise nurga suuruse kohta ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 9) sõnastab ja tõestab teoreemid ringjoone kahest kõõlust, lõikajast, puutujast ning lõikajast ja puutujast ning kasutab tulemusi (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 10) lahendab lihtsamaid (tõestus)ülesandeid ringjoonte lõikumise ja puutumise kohta.

Õppesisu

Paralleelsed sirged. Sirgete paralleelsus. Sirgete paralleelsuse tunnused. Kiirteteoreem. Ajalooline ülevaade sirgete paralleelsuse küsimusest (nn paralleelide aksioomi küsimus).

Kolmnurk. Kolmnurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse definitsioonid ning tunnused.

Teoreem täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgusest ja selle järeldused (Pythagorase, Eukleidese ja kõrguse teoreem). Pythagorase teoreemi pöördteoreem. Kolmnurkade pindvõrdsus. Kolmnurga võrratus.

Ring, ringjoon. Kesk- ja piirdeurgad. Piirdeurga suurus. Thalese teoreem. Nurk kõõlu ja puutuja vahel. Teoreemid ringjoone kahest kõõlust, kahest lõikajast ning puutujast ja lõikajast. Ühest punktist ringjoonele tõmmatud puutujalõikude võrdsus. Punkti potents ringjoone suhtes. Kahe ringjoone sisemine (välmine) puutumine.

3.8. Valikkursus „Planimeetria II. Hulknurkade ja ringide geomeetria”

Õppe- ja kasvatusesmärgid

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

- 1) tunneb hulknurkade ja ringide geomeetria alusmõisteid ja põhitulemusi ning valdab nende tõestamise põhimeetodeid (paralleelsus, kongruentsus, sarnasus, piirdeurkade meetod, lisakonstruktsioonide meetod);

- 2) oskab loovalt kasutada õpitud meetodeid sünteetilise geomeetria (tõestus)ülesandeid lahendades ning teha korrektseid lihtsamaid jooniseid sirkli ja joonlauaga ja/või IKT vahendite abil, kasutades mõnda dünaamilise geomeetria programmi;
- 3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

Õppeaine kirjeldus

Kursus koosneb neljast põhivaldkonnast:

- 1) hulknurkade (nelinurkade) liigitus ja põhiomadused;
- 2) kõõlnelinurk;
- 3) kolmnurgaga seotud lõigud (kesklõigud, mediaanid, nurgapoolitajad, kõrgused, keskristsirged) ja ringjooned (sise- ja ümberringjoon);
- 4) konstruktsioonülesanded.

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) tuletab valemid hulknurga sise- ja välisnurkade summa ning diagonaalide arvu leidmiseks ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 2) defineerib hulknurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse mõiste ning kasutab kongruentsuse ja sarnasuse meetodeid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 3) tunneb nelinurkade (ruudu, ristküliku, rombi, rööpküliku, trapetsi) definitsioone ja omadusi ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 4) sõnastab ning tõestab tarvilikke ja piisavaid tingimusi selleks, et nelinurk oleks kõõlnelinurk, kasutab kõõlnelinurkade meetodit (tõestus)ülesandeid lahendades ning nelja punkti ühel ringjoonel asumist põhjendades;
- 5) defineerib kolmnurgaga seotud lõikude (kesklõik, mediaan, nurgapoolitaja, kõrgus, keskristsirge) mõisted ja tõestab nende põhiomadusi ning kasutab saadud tulemusi (tõestus)ülesandeid lahendades;
- 6) kasutab erinevaid meetodeid tõestamaks, et iga kolmnurga kolm mediaani (nurgapoolitaja, keskristsirge, kõrgus) lõikuvad ühes punktis;
- 7) teab, milliste lõikude lõikepunktis asuvad kolmnurga sise- ja välisringjoone keskpunktid, ning kasutab seda teadmist (tõestus)ülesandeid lahendades; saavutab teatud vilumuse põhiliste konstruktsioonülesannete lahendamisel sirkli ja joonlauaga.

Õppesisu

Hulknurk: kumerad ja mittekumerad hulknurgad, korrapärased hulknurgad. Hulknurga sise- ja välisnurkade summa. Hulknurga diagonaalid. Hulknurkade kongruentsus (võrdsus) ning sarnasus. Tarvilikud ja piisavad tingimused selleks, et nelinurk oleks ruut (ristkülik, romb, rööpkülik, trapets).

Kõõlnelinurk. Tarvilikud ja piisavad tingimused selleks, et nelinurk oleks kõõlnelinurk: samale kaarele toetuvad piirdeurgad, teineteise vastas asuvad piirdeurgad, diagonaalide lõikude pikkuste korrutis (ringjoone lõikuvate kõõlude omadus), Ptolemaiiose teoreem. Nelja punkti asumisest ühel ringjoonel.

Lõigud ja ringjooned kolmnurgas: kolmnurga kesklõigud, kesklõikude ja nendest moodustatud kolmnurga omadused. Tarvilik ja piisav tingimus selleks, et punkt asuks antud nurga poolitajal (antud lõigu keskristsirgel). Teoreemid kolmnurga mediaanide (nurgapoolitajate, kõrguste, keskristsirgete) lõikumisest ühes punktis. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon.

Konstruktsioonülesanded. Põhikonstruktsioonid sirkli ja joonlauaga (antud nurga poolitaja, lõigu keskristsirge, sirgele antud punktist ristsirge või paralleelsirge konstrueerimine, kolmnurga sise- ja ümberringjoone konstrueerimine, ringjoone puutuja konstrueerimine, lõigu jaotamine antud suhtes, hulknurkade konstrueerimine). Ajalooline ülevaade klassikaliste konstruktsioonülesannete (ringi kvadratuuri, kuubi duplikatsiooni, nurga trisektsiooni) tegemise võimalikkusest.